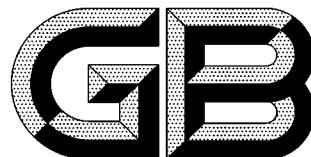


UDC 53.081
A 51



中华人民共和国国家标准

GB 3102.11—93

物理科学和技术中使用的数学符号

Mathematical signs and symbols for use in the physical
sciences and technology

1993-12-27 发布

1994-07-01 实施

国家技术监督局发布

中华人民共和国国家标准

物理科学和技术中使用的数学符号

GB 3102.11—93

Mathematical signs and symbols for use in the physical
sciences and technology

代替 GB 3102.11—86

引言

本标准参照采用国际标准 ISO 31-11:1992《量和单位 第十一部分：物理科学和技术中使用的数学标志与符号》。

本标准是目前已经制定的有关量和单位的一系列国家标准之一，这一系列国家标准是：

GB 3100 国际单位制及其应用；

GB 3101 有关量、单位和符号的一般原则；

GB 3102.1 空间和时间的量和单位；

GB 3102.2 周期及其有关现象的量和单位；

GB 3102.3 力学的量和单位；

GB 3102.4 热学的量和单位；

GB 3102.5 电学和磁学的量和单位；

GB 3102.6 光及有关电磁辐射的量和单位；

GB 3102.7 声学的量和单位；

GB 3102.8 物理化学和分子物理学的量和单位；

GB 3102.9 原子物理学和核物理学的量和单位；

GB 3102.10 核反应和电离辐射的量和单位；

GB 3102.11 物理科学和技术中使用的数学符号；

GB 3102.12 特征数；

GB 3102.13 固体物理学的量和单位。

上述国家标准贯彻了《中华人民共和国计量法》、《中华人民共和国标准化法》、国务院于 1984 年 2 月 27 日公布的《关于在我国统一实行法定计量单位的命令》和《中华人民共和国法定计量单位》。

本标准特殊说明：

变量(例如 x, y 等)、变动附标(例如 $\Sigma_i x_i$ 中的 i)及函数(例如 f, g 等)用斜体字母表示。点 A 、线段 AB 及弧 CD 用斜体字母表示。在特定场合中视为常数的参数(例如 a, b 等)也用斜体字母表示。

有定义的已知函数(例如 \sin, \exp, \ln, Γ 等)用正体字母表示。其值不变的数学常数(例如 $e = 2.718 281 8\cdots, \pi = 3.141 592 6\cdots, i^2 = -1$ 等)用正体字母表示。已定义的算子(例如 $\operatorname{div}, \delta_x$ 中的 δ 及 df/dx 中的 d)也用正体字母表示。

数字表中数(例如 351 204, 1.32, 7/8)的表示用正体。

函数的自变量写在函数符号后的圆括号中,且函数符号与圆括号之间不留空隙,例如 $f(x)$,
 $\cos(\omega t + \varphi)$ 。如果函数的符号由两个或更多的字母组成且自变量不含+, -, ×, · 或 / 等运算时,括于
 自变量的圆括号可以省略,这时在函数与自变量符号之间应留一空隙,例如 $\text{ent } 2.4, \sin n\pi, \text{arcosh } 2A, \text{Ei } x$ 。

为了避免混淆,常采用圆括号。例如不应将 $\cos(x) + y$ 或 $(\cos x) + y$ 写成 $\cos x + y$,因为后者可能
 被误解为 $\cos(x+y)$ 。

当一个表示式或方程式需断开、用两行或多行来表示时,最好在紧靠其中符号=,+, -, ×, ÷,
 或 / 后断开,而在下一行开头不应重复这一符号。

用来表示某确定物理量的标量、矢量和张量与坐标系的选择无关,尽管矢量或张量的分量与坐标系
 的选择有关。

对“矢量 a 的分量”即 a_x, a_y 和 a_z 与“ a 的分矢量”即 $a_x e_x, a_y e_y$ 和 $a_z e_z$ 加以区别是重要的。

径矢量的笛卡儿分量等同于径矢量端点的笛卡儿坐标。

物理量中的矢量可写成数值矢量与单位相乘的形式,

例:

$$\mathbf{F} = \underbrace{(3 \text{ N}, -2 \text{ N}, 5 \text{ N})}_{\substack{\text{数值} \\ \text{单位}}} = \underbrace{(3, -2, 5)}_{\substack{\text{数值} \\ \text{单位}}} \text{ N}$$

这里的单位 N 为标量,同样的办法也适用于二阶和高阶张量。

本标准的主要内容以表格形式列出。

如果在表格的同一项号中所给出的数学符号或表示式多于一个时,它们应是等同的。但在列出的顺序中,总是将常用的数学符号、相应的名称或表示式靠前列出。

在本表格备注一栏中给出的是符号的使用说明和应用示例。

本标准规定物理科学、工程技术和有关的教学中一般常用的数学符号;过于专门的数学符号未列入。

在本标准中,将国际标准 ISO 31-11:1992《量和单位 第十一部分:物理科学和技术中使用的数学标志与符号》称为[1],将原国家标准 GB 789—65《数学符号(试行草案)》称为[2]。

1 主题内容与适用范围

本标准规定了物理科学和技术中使用的数学符号的含义、读法和应用。

本标准适用于所有科学技术领域。

2 物理科学和技术中使用的数学符号表

2.1 几何符号¹⁾

项号	符号	意义或读法	备注及示例
11-1. 1	\overline{AB}, AB	[直] ²⁾ 线段 AB the line segment AB	用 $ AB $, AB 或小写的拉丁字母表示该直线段的长。 矢量的表示参阅 11-12. 1
11-1. 2	\angle	[平面]角 plane angle	参阅 GB 3102. 1 的 1-1 及 1-1. a ~ 1-1. d
11-1. 3	\widehat{AB}	弧 AB the arc AB	当 \widehat{AB} 为圆弧时, 可用 \widehat{AB}° 表示圆弧 AB [对应]的度数
11-1. 4	π	圆周率 ratio of the circumference of a circle to its diameter	圆周长与直径的比, $\pi=3.141\ 592\ 6\dots$
11-1. 5	\triangle	三角形 triangle	
11-1. 6	\square	平行四边形 parallelogram	
11-1. 7	\odot	圆 circle	
11-1. 8	\perp	垂直 is perpendicular to	
11-1. 9	$\parallel, \ \!\ $	平行 is parallel to	$\ \!\ $ 用于表示平行且相等
11-1. 10	\sim	相似 is similar to	
11-1. 11	\cong	全等 is congruent to	

1) 几何符号取材于[2]。

2) 行文中方括号内的文字表示可以略去或不读,下同。

2.2 集合论符号

项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-2.1	\in	$x \in A$	x 属于 A ; x 是集合 A 的一个元[素] x belongs to A ; x is an element of the set A	集合 A 可简称为集 A
11-2.2	\notin	$y \notin A$	y 不属于 A ; y 不是集合 A 的一个元[素] y does not belong to A ; y is not an element of the set A	也可用 $\not\in$ 或 $\bar{\in}$
11-2.3	\ni	$A \ni x$	集 A 包含[元] x the set A contains x (as element)	
11-2.4	\nexists	$A \nexists y$	集 A 不包含[元] y the set A does not contain y (as element)	也可用 \nexists 或 $\bar{\ni}$
11-2.5	$\{, \dots, \}$	$\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$	诸元素 x_1, x_2, \dots, x_n 构成的集 set with elements x_1, x_2, \dots, x_n	也可用 $\{x_i, i \in I\}$, 这里的 I 表示指标集
11-2.6	$\{ \}$	$\{x \in A p(x)\}$	使命题 $p(x)$ 为真的 A 中诸元[素]之集 set of those elements of A for which the proposition $p(x)$ is true	例: $\{x \in R x \leq 5\}$, 如果从前后关系来看, 集 A 已很明确, 则可使用 $\{x p(x)\}$ 来表示, 例如: $\{x x \leq 5\}$ $\{x \in A p(x)\}$ 有时也可写成 $\{x \in A : p(x)\}$ 或 $\{x \in A ; p(x)\}$
11-2.7	card	card(A)	A 中诸元素的数目; A 的势(或基数) number of elements in A ; cardinal of A	
11-2.8	\emptyset		空集 the empty set	

项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-2. 9	\mathbb{N}, \mathbb{N}		非负整数集; 自然数集 the set of positive integers and zero; the set of natural numbers	$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ 自 11-2. 9 至 11-2. 13 集内排除 0 的集, 应上标星号或下标+号, 例如 \mathbb{N}^* 或 \mathbb{N}_+ ; $\mathbb{N}_k = \{0, 1, \dots, k - 1\}$
11-2. 10	\mathbb{Z}, \mathbb{Z}		整数集 the set of integers	$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ 参阅 11-2. 9 的备注
11-2. 11	\mathbb{Q}, \mathbb{Q}		有理数集 the set of rational numbers	参阅 11-2. 9 的备注
11-2. 12	\mathbb{R}, \mathbb{R}		实数集 the set of real numbers	参阅 11-2. 9 的备注
11-2. 13	\mathbb{C}, \mathbb{C}		复数集 the set of complex numbers	参阅 11-2. 9 的备注
11-2. 14	[,]	[a, b]	\mathbb{R} 中由 a 到 b 的闭区间 closed interval in \mathbb{R} from a (included) to b (included)	[a, b] = { $x \in \mathbb{R} a \leqslant x \leqslant b$ }
11-2. 15], [(,]] $a, b]$ ($a, b]$)	\mathbb{R} 中由 a 到 b (含于内) 的左半开区间 left half-open interval in \mathbb{R} from a (excluded) to b (included)] $a, b] = \{x \in \mathbb{R} a < x \leqslant b\}$
11-2. 16	[, [,]	[$a, b[$ [$a, b)$]	\mathbb{R} 中由 a (含于内) 到 b 的右半开区间 right half-open interval in \mathbb{R} from a (included) to b (excluded)	[$a, b[= \{x \in \mathbb{R} a \leqslant x < b\}$
11-2. 17], [(,]] $a, b[$ ($a, b)$]	\mathbb{R} 中由 a 到 b 的开区间 open interval in \mathbb{R} from a (excluded) to b (excluded)] $a, b[= \{x \in \mathbb{R} a < x < b\}$

项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-2.18	\subseteq	$B \subseteq A$	B 含于 A ; B 是 A 的子集 B is included in A ; B is a subset of A	B 的每一元均属于 A , 也可以用 \subset
11-2.19	\subsetneq	$B \subsetneq A$	B 真包含于 A ; B 是 A 的真子集 B is properly included in A ; B is a proper subset of A	B 的每一元均属于 A , 但 B 不等于 A
11-2.20	$\not\subseteq$	$C \not\subseteq A$	C 不包含于 A ; C 不是 A 的子集 C is not included in A ; C is not a subset of A	也可用 $\not\subset$
11-2.21	\supseteq	$A \supseteq B$	A 包含 B [作为子集] A includes B (as subset)	A 包含了 B 的每一元, 也可用 \supset 。 $A \supseteq B$ 与 $B \subseteq A$ 的含义相同
11-2.22	\supsetneq	$A \supsetneq B$	A 真包含 B A includes B properly	A 包含了 B 的每一元, 但 A 不等于 B 。 $A \supsetneq B$ 与 $B \subsetneq A$ 的含义相同
11-2.23	$\not\supseteq$	$A \not\supseteq C$	A 不包含 C [作为子集] A does not include C (as subset)	也可用 $\not\supset$ 。 $A \not\supseteq C$ 与 $C \not\subseteq A$ 的含义相同
11-2.24	\cup	$A \cup B$	A 与 B 的并集 union of A and B	属于 A 或属于 B 或属于两者的所有元的集。 $A \cup B = \{x x \in A \vee x \in B\}$ 参阅 11-3.2
11-2.25	\bigcup	$\bigcup_{i=1}^n A_i$	诸集 A_1, \dots, A_n 的并集 union of a collection of sets A_1, \dots, A_n	$\bigcup_{i=1}^n A_i = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$ 至少属于诸集 A_1, \dots, A_n 之一的所有元的集。 也可用 $\bigcup_{i=1}^n$, $\bigcup_{i \in I}$ 与 $\bigcup_{i \in I}$, 其中 I 表示指标集

项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-2. 26	\cap	$A \cap B$	A 与 B 的交集 intersection of A and B	所有既属于 A 又属于 B 的元的集。 $A \cap B = \{x x \in A \wedge x \in B\}$ 参阅 11-3. 1
11-2. 27	\bigcap	$\bigcap_{i=1}^n A_i$	诸集 A_1, \dots, A_n 的交集 intersection of a collection of sets A_1, \dots, A_n	$\bigcap_{i=1}^n A_i = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$ 共属于诸集 A_1, A_2, \dots, A_n 的所有元的集。 也可用 $\bigcap_{i=1}^n$, $\bigcap_{i \in I}$ 与 $\bigcap_{i \in I}$, 其中 I 表示指标集
11-2. 28	\setminus	$A \setminus B$	A 与 B 之差; A 减 B difference of A and B ; A minus B	所有属于 A 但不属于 B 的元的集。 $A \setminus B = \{x x \in A \wedge x \notin B\}$ 不用 $A - B$
11-2. 29	\complement	$\complement_A B$	A 中子集 B 的补集或余集 complement of subset B of A	A 中不属于子集 B 的所有元的集。 $\complement_A B = \{x x \in A \wedge x \notin B\}$ 如果行文中集 A 已很明确, 则常可省去符号 A 。 也可写成 $\complement_B = A \setminus B$
11-2. 30	$(,)$	(a, b)	有序偶 a, b ; 偶 a, b ordered pair a, b ; couple a, b	$(a, b) = (c, d)$ 当且仅当 $a=c$ 及 $b=d$ 不与其他符号混淆时, 也可用 $\langle a, b \rangle$
11-2. 31	$(, \dots,)$	(a_1, a_2, \dots, a_n)	有序 n 元组 ordered n -tuple	也可用 $\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$
11-2. 32	\times	$A \times B$	A 与 B 的笛卡儿积 cartesian product of A and B	所有由 $a \in A$ 与 $b \in B$ 作成的有序偶 (a, b) 的集。 $A \times B = \{(a, b) a \in A \wedge b \in B\}$ $A \times A \times \dots \times A$ 记成 A^n , 其中 n 为乘积中的因子数

项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-2.33	Δ	Δ_A	$A \times A$ 中点对 (x, x) 的集, 其中 $x \in A$; $A \times A$ 的对角集 set of pairs (x, x) of $A \times A$, where $x \in A$; diagonal of the set $A \times A$	$\Delta_A = \{(x, x) x \in A\}$ 也可用 id_A

2.3 数理逻辑符号

项号	符号	应用	符号名称	意义、读法及备注
11-3.1	\wedge	$p \wedge q$	合取符号 conjunction sign	p 和 q
11-3.2	\vee	$p \vee q$	析取符号 disjunction sign	p 或 q
11-3.3	\neg	$\neg p$	否定符号 negation sign	p 的否定; 不是 p ; 非 p
11-3.4	\Rightarrow	$p \Rightarrow q$	推断符号 implication sign	若 p 则 q ; p 蕴含 q 也可写为 $q \Leftarrow p$ 有时也用 \rightarrow
11-3.5	\Leftrightarrow	$p \Leftrightarrow q$	等价符号 equivalence sign	$p \Rightarrow q$ 且 $q \Rightarrow p$; p 等价于 q 有时也用 \leftrightarrow
11-3.6	\forall	$\forall x \in A \ p(x)$ $(\forall x \in A) \ p(x)$	全称量词 universal quantifier	命题 $p(x)$ 对于每一个属于 A 的 x 为真。 当考虑的集合 A 从上下文看很明白时, 可用记号 $\forall x \ p(x)$
11-3.7	\exists	$\exists x \in A \ p(x)$ $(\exists x \in A) \ p(x)$	存在量词 existential quantifier	存在 A 中的元 x 使 $p(x)$ 为真。 当考虑的集合 A 从上下文看很明白时, 可用记号 $\exists x \ p(x)$ 。 $\exists!$ 或 \exists^1 用来表示存在一个且只有一个元素使 $p(x)$ 为真

2.4 杂类符号

项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-4. 1	=	$a=b$	a 等于 b a is equal to b	≡用来强调这一等式是数学上的恒等[式]
11-4. 2	≠	$a \neq b$	a 不等于 b a is not equal to b	
11-4. 3	$\stackrel{\text{def}}{=}$	$a \stackrel{\text{def}}{=} b$	按定义 a 等于 b 或 a 以 b 为 定义 a is definition equal to b	例: $p \stackrel{\text{def}}{=} mv$ 式中 p 为动量, m 为质量, v 为速 度 也可用 $\stackrel{d}{=}$
11-4. 4	\triangleq	$a \triangleq b$	a 相当于 b a corresponds to b	例如在地图上当 1 cm 相当于 10 km 长时, 可写成 1 cm \triangleq 10 km
11-4. 5	\approx	$a \approx b$	a 约等于 b a is approximately equal to b	符号 \approx 被用于“渐近等于”; 参 阅 11-6. 11
11-4. 6	\propto	$a \propto b$	a 与 b 成正比 a is proportional to b	在[1]中也用 \sim
11-4. 7	:	$a : b$	a 比 b ratio of a to b	选自[2]
11-4. 8	<	$a < b$	a 小于 b a is less than b	
11-4. 9	>	$b > a$	b 大于 a b is greater than a	
11-4. 10	\leqslant	$a \leqslant b$	a 小于或等于 b a is less than or equal to b	不用 \leq
11-4. 11	\geqslant	$b \geqslant a$	b 大于或等于 a b is greater than or equal to a	不用 \geq
11-4. 12	\ll	$a \ll b$	a 远小于 b a is much less than b	
11-4. 13	\gg	$b \gg a$	b 远大于 a b is much greater than a	

项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-4. 14	∞		无穷[大]或无限[大] infinity	
11-4. 15	\sim	$a \sim b$	数字范围 the range of numbers	这里的 a 和 b 为不同的实数, 例如 5~10 表示由 5 至 10。 选自 [2]
11-4. 16	.	13.59	小数点 decimal point	整数和小数之间用处于下方位 置的小数点“.”分开。 参阅 GB 3101 的 3.3.2
11-4. 17	..	3.123 82	循环小数 circulator	即: 3.123 823 82...
11-4. 18	%	5%~10%	百分率 percent	~前的 % 不应省略
11-4. 19	()		圆括号 parentheses	
11-4. 20	[]		方括号 square brackets	
11-4. 21	{ }		花括号 braces	
11-4. 22	< >		角括号 angle brackets	
11-4. 23	±		正或负 positive or negative	
11-4. 24	干		负或正 negative or positive	
11-4. 25	max		最大 maximum	
11-4. 26	min		最小 minimum	

2.5 运算符号

项号	符号,应用	意义或读法	备注及示例
11-5. 1	$a+b$	a 加 b a plus b	
11-5. 2	$a-b$	a 减 b a minus b	
11-5. 3	$a \pm b$	a 加或减 b a plus or minus b	
11-5. 4	$a \mp b$	a 减或加 b a minus or plus b	$-(a \pm b) = -a \mp b$
11-5. 5	$ab, a \cdot b, a \times b$	a 乘以 b a multiplied by b	参阅 11-2. 32, 11-12. 6 及 11-12. 7。 数的乘号用叉(\times)或上下居中的圆点(\cdot)。如出现小数点符号时,数的相乘只能用叉。 参阅 GB 3101 的 3.1.3 和 3.3.3
11-5. 6	$\frac{a}{b}, a/b, ab^{-1}$	a 除以 b 或 a 被 b 除 a divided by b	参阅 GB 3101 的 3.1.3
11-5. 7	$\sum_{i=1}^n a_i$	$a_1 + a_2 + \dots + a_n$	也可记为 $\sum_{i=1}^{\infty} a_i, \sum_i a_i, \sum_i a_i, \sum a_i$ $\sum_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$
11-5. 8	$\prod_{i=1}^n a_i$	$a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n$	也可记为 $\prod_{i=1}^{\infty} a_i, \prod_i a_i, \prod_i a_i, \prod a_i$ $\prod_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n \cdot \dots$
11-5. 9	a^p	a 的 p 次方或 a 的 p 次幂 a to the power p	
11-5. 10	$a^{1/2}, a^{\frac{1}{2}},$ \sqrt{a}, \sqrt{a}	a 的二分之一次方; a 的平方根 a to the power $1/2$; square root of a	参阅 11-5.11

项号	符号,应用	意义或读法	备注及示例
11-5.11	$a^{1/n}$, $a^{\frac{1}{n}}$, $\sqrt[n]{a}$, $\sqrt[n]{a}$	a 的 n 分之一次方; a 的 n 次方根 a to the power $1/n$; n th root of a	在使用符号 $\sqrt{\cdot}$ 或 $\sqrt[n]{\cdot}$ 时,为了避免混淆,应采用括号把被开方的复杂表示式括起来
11-5.12	$ a $	a 的绝对值; a 的模 absolute value of a ; modules of a	也可用 $\text{abs } a$
11-5.13	$\text{sgn } a$	a 的符号函数 signum a	对于实数 a : $\text{sgn } a = \begin{cases} 1 & \text{当 } a > 0 \\ 0 & \text{当 } a = 0 \\ -1 & \text{当 } a < 0 \end{cases}$ <p>对于复数 a,参阅 11-9.7</p>
11-5.14	$\bar{a}, \langle a \rangle$	a 的平均值 mean value of a	如果平均值的求法在文中不明确了,则应指出其形成的方法。若 \bar{a} 容易与 a 的复共轭混淆时,就用 $\langle a \rangle$
11-5.15	$n!$	n 的阶乘 factorial n	$n \geq 1$ 时, $n! = \prod_{k=1}^n k = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$ $n = 0$ 时, $n! = 1$
11-5.16	$\binom{n}{p}$, C_n^p	二项式系数;组合数 binomial coefficient n, p	$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$
11-5.17	$\text{ent } a, E(a)$	小于或等于 a 的最大整数; 示性 a the greatest integer less than or equal to a ; characteristic of a	例: $\text{ent } 2.4 = 2$ $\text{ent } (-2.4) = -3$ 有时也用 $[a]$

2.6 函数符号

项号	符号,应用	意义或读法	备注及示例
11-6.1	f	函数 f function f	也可以表示为 $x \mapsto f(x)$
11-6.2	$f(x)$ $f(x, y, \dots)$	函数 f 在 x 或在 (x, y, \dots) 的值 value of the function f at x or at (x, y, \dots) respectively	也表示以 x, y, \dots 为自变量的 函数 f
11-6.3	$f(x) _a^b$ $[f(x)]_a^b$	$f(b) - f(a)$	这种表示法主要用于定积分计 算
11-6.4	$g \circ f$	f 与 g 的合成函数或复合函 数 the composite function of f and g	$(g \circ f)(x) = g(f(x))$
11-6.5	$x \rightarrow a$	x 趋于 a x tends to a	用 $x_n \rightarrow a$ 表示序列 $\{x_n\}$ 的极限 为 a
11-6.6	$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	x 趋于 a 时 $f(x)$ 的极限 limit of $f(x)$ as x tends to a	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ 可以写为: $f(x) \rightarrow b$ 当 $x \rightarrow a$ 右极限及左极限可分别表示 为: $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ 和 $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$
11-6.7	$\overline{\lim}$	上极限 superior limit	
11-6.8	$\underline{\lim}$	下极限 inferior limit	
11-6.9	\sup	上确界 supremum	
11-6.10	\inf	下确界 infimum	11-6.7 至 11-6.10 取材于[2]
11-6.11	\simeq	渐近等于 is asymptotically equal to	例: $\frac{1}{\sin(x-a)} \simeq \frac{1}{x-a}$ 当 $x \rightarrow a$

项号	符号,应用	意义或读法	备注及示例
11-6.12	$O(g(x))$	$f(x)=O(g(x))$ 的含义为 $ f(x)/g(x) $ 在行文所述的 极限中有上界 $ f(x)/g(x) $ is bounded above in the limit implied by the context	当 f/g 与 g/f 都有界时,称 f 与 g 是同阶的
11-6.13	$o(g(x))$	$f(x)=o(g(x))$ 表示在行文 所述的极限中 $f(x)/g(x)$ $\rightarrow 0$ $f(x)/g(x) \rightarrow 0$ in the limit implied by the context	
11-6.14	Δx	x 的[有限]增量 (finite) increment of x	
11-6.15	$\frac{df}{dx}$ df/dx f'	单变量函数 f 的导[函]数 或微商 derivative of the function f of one variable	也可用 Df 。 即: $\frac{df(x)}{dx}$, $df(x)/dx, f'(x), Df(x)$ 。 如自变量为时间 t ,也可用 f 表 示 df/dt
11-6.16	$\left(\frac{df}{dx}\right)_{x=a}$ $(df/dx)_{x=a}$ $f'(a)$	函数 f 的导[函]数在 a 的值 value at a of the derivative of the function f	也可用 $\frac{df}{dx} \Big _{x=a}$ 或 $Df(a)$
11-6.17	$\frac{d^n f}{dx^n}$ $d^n f/dx^n$ $f^{(n)}$	单变量函数 f 的 n 阶导函数 n th derivative of the function f of one variable	也可用 $D^n f$ 。 当 $n=2,3$ 时,也可用 f'', f''' 来 代替 $f^{(n)}$ 。如自变量是时间 t ,可 用 \ddot{f} 来代替 $\frac{d^2 f}{dt^2}$
11-6.18	$\frac{\partial f}{\partial x}$ $\partial f/\partial x$ $\partial_x f$	多变量 x, y, \dots 的函数 f 对 于 x 的偏微商或偏导数 partial derivative of the function f of several variables x, y, \dots with respect to x	即: $\frac{\partial f(x, y, \dots)}{\partial x}$, $\partial f(x, y, \dots)/\partial x, \partial_x f(x, y, \dots)$ 。 也可用 f_x 或 $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y\dots}$ $D_x = \frac{1}{i} \partial_x$ 等常用于 Fourier 变换

项号	符号,应用	意义或读法	备注及示例
11-6.19	$\frac{\partial^{m+n} f}{\partial x^m \partial y^n}$	函数 f 先对 y 求 m 次偏微商,再对 x 求 n 次偏微商;混合偏导数 n th partial derivative of the function $\partial^m f / \partial y^m$ of several variables x, y, \dots with respect to x ; mixed partial derivative	
11-6.20	$\frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)}$	u, v, w 对 x, y, z 的函数行列式 Jacobian, functional determinant of the functions u, v, w with respect to x, y, z	即: $\begin{vmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{vmatrix}$ 11-6.19 与 11-6.20 选自[2]
11-6.21	df	函数 f 的全微分 total differential of the function f	$df(x, y, \dots) = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \dots$
11-6.22	δf	函数 f 的(无穷小)变分 (infinitesimal) variation of the function f	
11-6.23	$\int f(x) dx$	函数 f 的不定积分 an indefinite integral of the function f	
11-6.24	$\int_a^b f(x) dx$ $\int_a^b f(x) dx$	函数 f 由 a 至 b 的定积分 definite integral of the function f from a to b	
11-6.25	$\iint_A f(x, y) dA$	函数 $f(x, y)$ 在集合 A 上的二重积分 the double integral of function $f(x, y)$ over set A	选自[2]。 $\int_c, \int_s, \int_v, \oint$ 分别用于沿曲线 C , 沿曲面 S , 沿体积 V 以及沿闭曲线或闭曲面的积分

项号	符号,应用	意义或读法	备注及示例
11-6. 26	δ_{ik}	克罗内克 δ 符号 Kronecker delta symbol	$\delta_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{当 } i = k \\ 0 & \text{当 } i \neq k \end{cases}$ 式中 i 与 k 均为整数
11-6. 27	ϵ_{ijk}	勒维-契维塔符号 Levi-Civita symbol	$\epsilon_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{若 } ijk \text{ 为 } 1,2,3 \text{ 的偶排列} \\ -1 & \text{若 } ijk \text{ 为 } 1,2,3 \text{ 的奇排列} \\ 0 & \text{若 } ijk \text{ 为 } 1,2,3 \text{ 的真重复} \end{cases}$ 排列
11-6. 28	$\delta(x)$	狄拉克 δ 分布[函数] Dirac delta distribution (function)	$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\delta(x)dx = f(0)$
11-6. 29	$\epsilon(x)$	单位阶跃函数;海维赛函数 unit step function; Heaviside function	$\epsilon(x) = \begin{cases} 1 & \text{当 } x > 0 \\ 0 & \text{当 } x < 0 \end{cases}$ 也可用 $H(x)$ $\theta(t)$ 用于时间的单位阶跃函数
11-6. 30	$f * g$	f 与 g 的卷积 convolution of f and g	$(f * g)(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(y)g(x - y)dy$

2.7 指数函数和对数函数符号

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-7. 1	a^x	x 的指数函数(以 a 为底) exponential function (to the base a) of x	比较 11-5. 9
11-7. 2	e	自然对数的底 base of natural logarithms	$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 2.718 281 8\dots$
11-7. 3	$e^x, \exp x$	x 的指数函数(以 e 为底) exponential function (to the base e) of x	在同一场合中,只用其中一种符号

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-7. 4	$\log_a x$	以 a 为底的 x 的对数 logarithm to the base a of x	当底数不必指出时,常用 $\log x$ 表示
11-7. 5	$\ln x$	$\ln x = \log_e x$ x 的自然对数 natural logarithm of x	$\log x$ 不能用来代替 $\ln x, \lg x, \text{lb } x$ 或 $\log_e x, \log_{10} x, \log_2 x$
11-7. 6	$\lg x$	$\lg x = \log_{10} x$ x 的常用对数 common (decimal) logarithm of x	参阅 11-7. 5 的备注
11-7. 7	$\text{lb } x$	$\text{lb } x = \log_2 x$ x 的以 2 为底的对数 binary logarithm of x	参阅 11-7. 5 的备注

2.8 三角函数¹⁾和双曲函数符号

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-8. 1	$\sin x$	x 的正弦 sine of x	
11-8. 2	$\cos x$	x 的余弦 cosine of x	
11-8. 3	$\tan x$	x 的正切 tangent of x	也可用 $\text{tg } x$
11-8. 4	$\cot x$	x 的余切 cotangent of x	$\cot x = 1/\tan x$
11-8. 5	$\sec x$	x 的正割 secant of x	$\sec x = 1/\cos x$
11-8. 6	$\csc x$	x 的余割 cosecant of x	也可用 $\text{cosec } x$ $\csc x = 1/\sin x$

1) 在[1]中称为圆函数。

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-8. 7	$\sin^m x$	$\sin x$ 的 m 次方 $\sin x$ to the power m	选自[2]。 其他三角函数和双曲函数的 m 次方的表示法类似
11-8. 8	$\arcsin x$	x 的反正弦 arc sine of x	$y = \arcsin x \Leftrightarrow x = \sin y$, $-\pi/2 \leq y \leq \pi/2$ 反正弦函数是正弦函数在上述限制下的反函数
11-8. 9	$\arccos x$	x 的反余弦 arc cosine of x	$y = \arccos x \Leftrightarrow x = \cos y$, $0 \leq y \leq \pi$ 反余弦函数是余弦函数在上述限制下的反函数
11-8. 10	$\arctan x$	x 的反正切 arc tangent of x	也可用 $\operatorname{arctg} x$ 。 $y = \arctan x \Leftrightarrow x = \tan y$, $-\pi/2 < y < \pi/2$ 反正切函数是正切函数在上述限制下的反函数
11-8. 11	$\operatorname{arccot} x$	x 的反余切 arc cotangent of x	$y = \operatorname{arccot} x \Leftrightarrow x = \cot y$, $0 < y < \pi$ 反余切函数是余切函数在上述限制下的反函数
11-8. 12	$\operatorname{arcsec} x$	x 的反正割 arc secant of x	$y = \operatorname{arcsec} x \Leftrightarrow x = \sec y$, $0 \leq y \leq \pi, y \neq \pi/2$ 反正割函数是正割函数在上述限制下的反函数
11-8. 13	$\operatorname{arccsc} x$	x 的反余割 arc cosecant of x	也可用 $\operatorname{arccosec} x$ 。 $y = \operatorname{arccsc} x \Leftrightarrow x = \csc y$, $-\pi/2 \leq y \leq \pi/2, y \neq 0$ 反余割函数是余割函数在上述限制下的反函数。 对于 11-8. 8 至 11-8. 13 各项不采用 $\sin^{-1} x, \cos^{-1} x$ 等符号, 因为可能被误解为 $(\sin x)^{-1}$, $(\cos x)^{-1}$ 等

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-8.14	$\sinh x$	x 的双曲正弦 hyperbolic sine of x	也可用 $\text{sh } x$
11-8.15	$\cosh x$	x 的双曲余弦 hyperbolic cosine of x	也可用 $\text{ch } x$
11-8.16	$\tanh x$	x 的双曲正切 hyperbolic tangent of x	也可用 $\text{th } x$
11-8.17	$\coth x$	x 的双曲余切 hyperbolic cotangent of x	$\coth x = 1/\tanh x$
11-8.18	$\operatorname{sech} x$	x 的双曲正割 hyperbolic secant of x	$\operatorname{sech} x = 1/\cosh x$
11-8.19	$\operatorname{csch} x$	x 的双曲余割 hyperbolic cosecant of x	也可用 $\operatorname{cosech} x$ 。 $\operatorname{csch} x = 1/\sinh x$
11-8.20	$\operatorname{arsinh} x$	x 的反双曲正弦 inverse hyperbolic sine of x	也可用 $\operatorname{arsh} x$ 。 $y = \operatorname{arsinh} x \Leftrightarrow x = \sinh y$ 反双曲正弦函数是双曲正弦函数的反函数
11-8.21	$\operatorname{arcosh} x$	x 的反双曲余弦 inverse hyperbolic cosine of x	也可用 $\operatorname{arch} x$ 。 $y = \operatorname{arcosh} x \Leftrightarrow x = \cosh y$, $y \geq 0$ 反双曲余弦函数是双曲余弦函数在上述限制下的反函数
11-8.22	$\operatorname{artanh} x$	x 的反双曲正切 inverse hyperbolic tangent of x	也可用 $\operatorname{arth} x$ 。 $y = \operatorname{artanh} x \Leftrightarrow x = \tanh y$ 反双曲正切函数是双曲正切函数的反函数
11-8.23	$\operatorname{arcoth} x$	x 的反双曲余切 inverse hyperbolic cotangent of x	$y = \operatorname{arcoth} x \Leftrightarrow x = \coth y$, $y \neq 0$ 反双曲余切函数是双曲余切函数在上述限制下的反函数

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-8.24	$\text{arsech } x$	x 的反双曲正割 inverse hyperbolic secant of x	$y=\text{arsech } x \Leftrightarrow x=\text{sech } y,$ $y \geq 0$ 反双曲正割函数是双曲正割函 数在上述限制下的反函数
11-8.25	$\text{arcsch } x$	x 的反双曲余割 inverse hyperbolic cosecant of x	也可用 $\text{arcosech } x$ 。 $y=\text{arcsch } x \Leftrightarrow x=\text{csch } y,$ $y \neq 0$ 反双曲余割函数是双曲余割函 数在上述限制下的反函数。 对于反双曲函数,不应使用 $\sinh^{-1} x, \cosh^{-1} x$ 等符号,因 为可能被误解为 $(\sinh x)^{-1},$ $(\cosh x)^{-1}$ 等

2.9 复数符号

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-9.1	i, j	虚数单位, $i^2 = -1$ imaginary unit	在电工技术中常用 j , 参阅 GB 3102.5 的 5-44.1 的备注
11-9.2	$\text{Re } z$	z 的实部 real part of z	
11-9.3	$\text{Im } z$	z 的虚部 imaginary part of z	$z=x+iy$ 其中 $x=\text{Re } z, y=\text{Im } z$
11-9.4	$ z $	z 的绝对值; z 的模 absolute value of z ; modulus of z	也可用 $\text{mod } z$
11-9.5	$\arg z$	z 的辐角; z 的相 argument of z ; phase of z	$z=re^{i\varphi}$ 其中 $r= z , \varphi=\arg z$, 即 $\text{Re } z=r \cos \varphi, \text{Im } z=r \sin \varphi$
11-9.6	z^*	z 的[复]共轭 (complex) conjugate of z	有时用 \bar{z} 代替 z^*
11-9.7	$\text{sgn } z$	z 的单位模函数 signum z	当 $z \neq 0$ 时, $\text{sgn } z=z/ z =$ $\exp(i \arg z);$ 当 $z=0$ 时, $\text{sgn } z=0$

2.10 矩阵符号

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-10. 1	A $\begin{pmatrix} A_{11} \cdots A_{1n} \\ \vdots \quad \vdots \\ A_{m1} \cdots A_{mn} \end{pmatrix}$	$m \times n$ 型的矩阵 A matrix A of type m by n	也可用 $A = (A_{ij})$, A_{ij} 是矩阵 A 的元素; m 为行数, n 为列数。当 $m=n$ 时, A 称为[正]方阵。矩阵元可用小写字母表示。 也可用方括号代替矩阵表示中的圆括号
11-10. 2	AB	矩阵 A 与 B 的积 product of matrices A and B	$(AB)_{ik} = \sum_j A_{ij}B_{jk}$ 式中 A 的列数必须等于 B 的行数
11-10. 3	E, I	单位矩阵 unit matrix	方阵的元素 $E_{ik} = \delta_{ik}$, 参阅 11-6. 26
11-10. 4	A^{-1}	方阵 A 的逆 inverse of the square matrix A	$AA^{-1} = A^{-1}A = E$
11-10. 5	A^T, \tilde{A}	A 的转置矩阵 transpose matrix of A	$(A^T)_{ik} = A_{ki}$ 也可用 A'
11-10. 6	A^*	A 的复共轭矩阵 complex conjugate matrix of A	$(A^*)_{ik} = (A_{ik})^* = A_{ik}^*$ 在数学中也常用 \bar{A}
11-10. 7	A^H, A^\dagger	A 的厄米特共轭矩阵 Hermitian conjugate matrix of A	$(A^H)_{ik} = (A_{ki})^* = A_{ki}^*$ 在数学中也常用 A^*
11-10. 8	$\det A$ $\begin{vmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n1} & \cdots & A_{nn} \end{vmatrix}$	方阵 A 的行列式 determinant of the square matrix A	
11-10. 9	$\text{tr } A$	方阵 A 的迹 trace of the square matrix A	$\text{tr } A = \sum_i A_{ii}$
11-10. 10	$\ A \ $	矩阵 A 的范数 norm of the matrix A	矩阵的范数有各种定义,例如 范数 $\ A \ = (\text{tr}(AA^H))^{1/2}$

2.11 坐标系符号

项号	坐标	径矢量及其微分	坐标系名称	备注
11-11.1	x, y, z	$r = xe_x + ye_y + ze_z$, $dr = dx e_x + dy e_y + dz e_z$	笛卡儿坐标 cartesian coordinates	e_x, e_y 与 e_z 组成一标准正交右手系, 见图 1
11-11.2	ρ, φ, z	$r = \rho e_\rho(\varphi) + ze_z$, $dr = d\rho e_\rho(\varphi) + \rho d\varphi e_\varphi(\varphi) + dz e_z$	圆柱坐标 cylindrical coordinates	e_ρ, e_φ 与 e_z 组成一标准正交右手系, 见图 3 和图 4。 若 $z=0$, 则 ρ 与 φ 成为极坐标
11-11.3	r, θ, φ	$r = re_r(\theta, \varphi)$, $dr = dr e_r(\theta, \varphi) + r d\theta e_\theta(\theta, \varphi) + r \sin \theta d\varphi e_\varphi(\varphi)$	球坐标 spherical coordinates	e_r, e_θ 与 e_φ 组成一标准正交右手系, 见图 3 和图 5

注: 如果为了某些目的,例外地使用左手坐标系(见图 2)时,必须明确地说出,以免引起符号错误

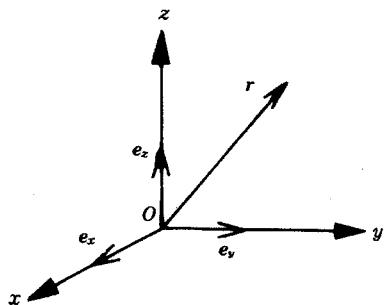


图 1 右手笛卡儿坐标系
 x 轴方向朝外

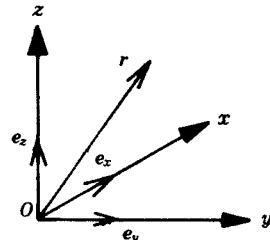


图 2 左手笛卡儿坐标系
 x 轴方向朝里

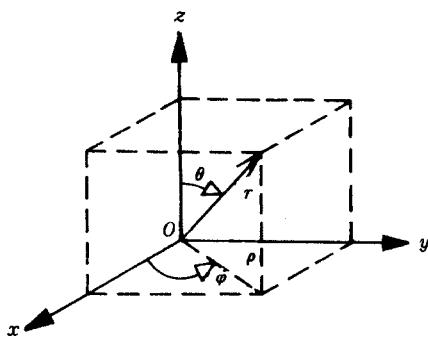


图 3 $Oxyz$ 是右手坐标系

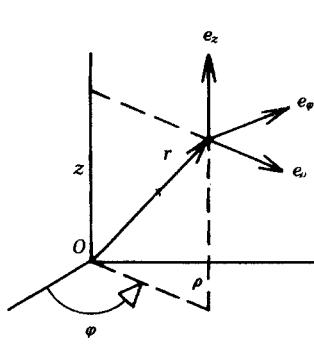


图 4 右手柱坐标

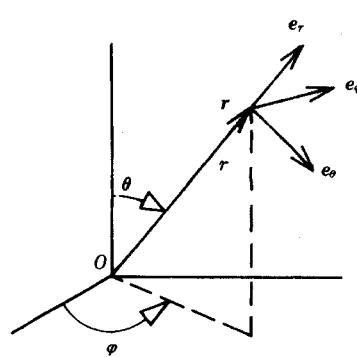


图 5 右手球坐标

2.12 矢量和张量符号

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-12. 1	\vec{a}	矢量或向量 a vector a	这里,笛卡儿坐标用 x, y, z 或 x_1, x_2, x_3 表示,在后一种情况,指标 i, j, k, l 从 1 到 3 取值,并采用下面的求和约定:如果在一项中某个指标出现两次,则表示该指标对 1,2,3 求和。 印刷用黑体 a ,书写用 \vec{a}
11-12. 2	a $ a $	矢量 a 的模或长度 magnitude of vector a	也可用 $\ a\ $
11-12. 3	e_a	a 方向的单位矢量 unit vector in the direction of a	$e_a = a / a $ $a = ae_a$
11-12. 4	e_x, e_y, e_z i, j, k e_i	在笛卡儿坐标轴方向的单位矢量 unit vectors in the directions of the cartesian coordinate axes	
11-12. 5	a_x, a_y, a_z a_i	矢量 a 的笛卡儿分量 cartesian components of vector a	$a = a_x e_x + a_y e_y + a_z e_z = (a_x, a_y, a_z)$, $a_x e_x$ 等为分矢量。 $r = xe_x + ye_y + ze_z$ 为径矢
11-12. 6	$a \cdot b$	a 与 b 的标量积或数量积 scalar product of a and b	$a \cdot b = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$, $a \cdot b = a_i b_i = \sum_i a_i b_i$ (参阅 11-12. 1 的备注)。 $a \cdot a = a^2 = a ^2 = a^2$ 在特殊场合,也可用 (a, b)
11-12. 7	$a \times b$	a 与 b 的矢量积或向量积 vector product of a and b	在右手笛卡儿坐标系中,分量 $(a \times b)_z = a_y b_z - a_z b_y$, 一般 $(a \times b)_i = \sum_j \sum_k \epsilon_{ijk} a_j b_k$ 对于 ϵ_{ijk} ,参阅 11-6. 27

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-12. 8	∇ $\vec{\nabla}$	那勃勒算子或算符 nabla operator	也称矢量微分算子。 $\nabla = e_x \frac{\partial}{\partial x} + e_y \frac{\partial}{\partial y} + e_z \frac{\partial}{\partial z} = e_i \frac{\partial}{\partial x_i}$ 也可用 $\frac{\partial}{\partial r}$
11-12. 9	$\nabla \varphi$ $\text{grad } \varphi$	φ 的梯度 gradient of φ	也可用 grad φ $\nabla \varphi = e_i \frac{\partial \varphi}{\partial x_i}$
11-12. 10	$\nabla \cdot a$ $\text{div } a$	a 的散度 divergence of a	$\nabla \cdot a = \frac{\partial a_i}{\partial x_i}$
11-12. 11	$\nabla \times a$ $\text{rot } a$ $\text{curl } a$	a 的旋度 curl of a	气象学上称为涡度。 也可用 rot a , curl a 。 $(\nabla \times a)_i = \frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z}$, 一般 $(\nabla \times a)_i = \sum_j \sum_k \epsilon_{ijk} \frac{\partial a_k}{\partial x_j}$ 关于 ϵ_{ijk} , 参阅 11-6. 27
11-12. 12	∇^2 Δ	拉普拉斯算子 Laplacian	$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 若与 11-6. 14 中有限增量的符号容易混淆时, 就用 ∇^2
11-12. 13	\square	达朗贝尔算子 Dalembertian	$\square = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$ 式中 c 为电磁波在真空中的传播速度, 参阅 GB 3102. 6 的 6-6
11-12. 14	T	二阶张量 T tensor T of the second order	也用 \bar{T}
11-12. 15	$T_{xx}, T_{xy}, \dots, T_{zz}$ T_{ij}	张量 T 的笛卡儿分量 cartesian components of tensor T	$T = T_{xx} e_x e_x + T_{xy} e_x e_y + \dots,$ $T_{xx} e_x e_x$ 等为分张量

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-12. 16	$\mathbf{ab}, \mathbf{a} \otimes \mathbf{b}$	两矢量 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的并矢积或张量积 dyadic product; tensor product of two vectors \mathbf{a} and \mathbf{b}	即具有分量 $(\mathbf{ab})_{ij} = a_i b_j$ 的二阶张量
11-12. 17	$\mathbf{T} \otimes \mathbf{S}$	两个二阶张量 \mathbf{T} 与 \mathbf{S} 的张量积 tensor product of two tensors \mathbf{T} and \mathbf{S} of the second order	即具有分量 $(\mathbf{T} \otimes \mathbf{S})_{ijkl} = T_{ij} S_{kl}$ 的四阶张量
11-12. 18	$\mathbf{T} \cdot \mathbf{S}$	两个二阶张量 \mathbf{T} 与 \mathbf{S} 的内积 inner product of two tensors of second order \mathbf{T} and \mathbf{S}	即具有分量 $(\mathbf{T} \cdot \mathbf{S})_{ik} = \sum_j T_{ij} S_{jk}$ 的二阶张量
11-12. 19	$\mathbf{T} \cdot \mathbf{a}$	二阶张量 \mathbf{T} 与矢量 \mathbf{a} 的内积 inner product of a tensor of second order \mathbf{T} and a vector \mathbf{a}	即具有分量 $(\mathbf{T} \cdot \mathbf{a})_i = \sum_j T_{ij} a_j$ 的矢量
11-12. 20	$\mathbf{T} : \mathbf{S}$	两个二阶张量 \mathbf{T} 与 \mathbf{S} 的标量积 scalar product of two tensors of second order \mathbf{T} and \mathbf{S}	即标量 $\mathbf{T} : \mathbf{S} = \sum_i \sum_j T_{ij} S_{ji}$ 11-12. 1 至 11-12. 20 注: 矢量和张量往往用其分量的通用符号表示, 例如矢量用 a_i , 二阶张量用 T_{ij} , 并矢积用 $a_i b_j$ 等等, 但这里指的都是张量的协变分量, 张量还具有其他形式的分量, 如逆变分量、混合分量等

2.13 特殊函数符号

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-13. 1	$J_l(x)$	[第一类]柱贝塞尔函数 cylindrical Bessel functions (of the first kind)	即方程 $x^2y'' + xy' + (x^2 - l^2)y = 0$ 的特解 $J_l(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (x/2)^{l+2k}}{k! \Gamma(l+k+1)}$ $(l \geq 0)$ 关于 Γ , 参阅 11-13. 19
11-13. 2	$N_l(x)$	柱诺依曼函数; 第二类柱贝塞尔函数 cylindrical Neumann functions; cylindrical Bessel functions of the second kind	$N_l(x) = \lim_{k \rightarrow l} \frac{J_k(x) \cos k\pi - J_{-k}(x)}{\sin k\pi}$ 也记作 $Y_l(x)$
11-13. 3	$H_l^{(1)}(x)$ $H_l^{(2)}(x)$	柱汉开尔函数; 第三类柱贝塞尔函数 cylindrical Hankel functions; cylindrical Bessel functions of the third kind	$H_l^{(1)}(x) = J_l(x) + iN_l(x),$ $H_l^{(2)}(x) = J_l(x) - iN_l(x)$
11-13. 4	$I_l(x)$ $K_l(x)$	修正的柱贝塞尔函数 modified cylindrical Bessel functions	$x^2y'' + xy' - (x^2 + l^2)y = 0$ 的特解 $I_l(x) = i^{-l} J_l(ix),$ $K_l(x) = (\pi/2)i^{l+1} (J_l(ix) + iN_l(ix))$
11-13. 5	$j_l(x)$	[第一类]球贝塞尔函数 spherical Bessel functions (of the first kind)	$x^2y'' + 2xy' + [x^2 - l(l+1)]y = 0 \quad (l \geq 0)$ 的特解 $j_l(x) = (\pi/2x)^{1/2} J_{l+1/2}(x)$
11-13. 6	$n_l(x)$	球诺依曼函数; 第二类球贝塞尔函数 spherical Neumann functions; spherical Bessel functions of the second kind	$n_l(x) = (\pi/2x)^{1/2} N_{l+1/2}(x)$ 也记作 $y_l(x)$

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-13. 7	$h_l^{(1)}(x)$ $h_l^{(2)}(x)$	球汉开尔函数;第三类球贝塞尔函数 spherical Hankel functions; spherical Bessel functions of the third kind	$h_l^{(1)}(x) = j_l(x) + i n_l(x) = (\pi/2x)^{1/2} H_{l+1/2}^{(1)}(x),$ $h_l^{(2)}(x) = j_l(x) - i n_l(x) = (\pi/2x)^{1/2} H_{l+1/2}^{(2)}(x)$ 修正的球贝塞尔函数分别写为 $i_l(x)$ 与 $k_l(x)$;比较 11-13. 4
11-13. 8	$P_l(x)$	勒让德多项式 Legendre polynomials	$(1-x^2)y'' - 2xy' + l(l+1)y = 0$ 的特解 $P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{dx^l} (x^2 - 1)^l$ ($l \in \mathbb{N}$)
11-13. 9	$P_l^m(x)$	关联勒让德函数 associated Legendre functions	$(1-x^2)y'' - 2xy' + [l(l+1) - \frac{m^2}{1-x^2}]y = 0$ 的特解 $P_l^m(x) = (1-x^2)^{m/2} \frac{d^m}{dx^m} P_l(x)$ ($l, m \in \mathbb{N}; m \leq l$)
11-13. 10	$Y_l^m(\theta, \varphi)$	球面调和函数,球谐函数 spherical harmonics	$\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial y}{\partial \theta}) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 y}{\partial \varphi^2} - l(l+1)y = 0$ 的特解 $Y_l^m(\theta, \varphi) = (-1)^m \times$ $\left[\frac{(2l+1)}{4\pi} \frac{(l- m)!}{(l+ m)!} \right]^{1/2} \times$ $P_l^{ m }(\cos \theta) e^{im\varphi}$ ($l, m \in \mathbb{N}; m \leq l$)
11-13. 11	$H_n(x)$	厄米特多项式 Hermite polynomials	$y'' - 2xy' + 2ny = 0$ 的特解 $H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}$ ($n \in \mathbb{N}$)
11-13. 12	$L_n(x)$	拉盖尔多项式 Laguerre polynomials	$xy'' + (1-x)y' + ny = 0$ 的 特解 $L_n(x) = e^x \frac{d^n}{dx^n} (x^n e^{-x})$ ($n \in \mathbb{N}$)

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-13.13	$L_n^m(x)$	关联拉盖尔多项式 associated laguerre polynomials	$xy'' + (m+1-x)y' + (n-m)y = 0$ 的特解 $L_n^m(x) = \frac{d^m}{dx^m} L_n(x) \quad (m, n \in \mathbb{N}; m \leq n)$
11-13.14	$F(a, b; c; x)$	超几何函数 hypergeometric functions	$x(1-x)y'' + [c - (a+b+1)x]y' - aby = 0$ 的特解 $F(a, b; c; x) = 1 + \frac{ab}{c}x + \frac{a(a+1)b(b+1)}{2!c(c+1)}x^2 + \dots$
11-13.15	$F(a; c; x)$	合流超几何函数 confluent hypergeometric functions	$xy'' + (c-x)y' - ay = 0$ 的特解 $F(a; c; x) = 1 + \frac{a}{c}x + \frac{a(a+1)}{2!c(c+1)}x^2 + \dots$
11-13.16	$F(k, \varphi)$	第一类[不完全]椭圆积分 (incomplete) elliptic integral of the first kind	$F(k, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\theta}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta}}$ $F(k) = F(k, \pi/2) \quad (0 < k < 1)$ 为第一类完全椭圆积分
11-13.17	$E(k, \varphi)$	第二类[不完全]椭圆积分 (incomplete) elliptic integral of the second kind	$E(k, \varphi) = \int_0^\varphi \sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta} d\theta$ $E(k) = E(k, \pi/2) \quad (0 < k < 1)$ 为第二类完全椭圆积分
11-13.18	$\Pi(k, n, \varphi)$	第三类[不完全]椭圆积分 (incomplete) elliptic integral of the third kind	$\Pi(k, n, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\theta}{(1+n \sin^2 \theta) \sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta}}$ $\Pi(k, n, \pi/2) \quad (0 < k < 1)$ 为第三类完全椭圆积分

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-13. 19	$\Gamma(x)$	Γ (伽马)函数 gamma function	$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt \quad (x > 0)$ $\Gamma(n+1) = n! \quad (n \in \mathbb{N})$
11-13. 20	$B(x, y)$	B (贝塔)函数 beta function	$B(x, y) = \int_0^1 t^{x-1} (1-t)^{y-1} dt$ $(x, y \in \mathbb{R}; x > 0, y > 0)$ $B(x, y) = \Gamma(x)\Gamma(y)/\Gamma(x+y)$
11-13. 21	$Ei x$	指数积分 exponential integral	$Ei x = \int_x^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt \quad (x \neq 0)$
11-13. 22	$erf x$	误差函数 error function	$erf x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt,$ $erf(\infty) = 1$ $erfc x = 1 - erf x$ 称为余误差函数。 在统计学中, 使用分布函数 $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt$
11-13. 23	$\zeta(x)$	黎曼(泽塔)函数 Riemann zeta function	$\zeta(x) = \frac{1}{1^x} + \frac{1}{2^x} + \frac{1}{3^x} + \dots$ $(x > 1)$

附加说明:

本标准由全国量和单位标准化技术委员会提出并归口。

本标准由全国量和单位标准化技术委员会第七分委员会负责起草。

本标准主要起草人李志深。

中华人民共和国
国家标准
物理科学和技术中使用的数学符号

GB 3102.11—93

*

中国标准出版社出版发行
北京复兴门外三里河北街 16 号

邮政编码：100045

网址 www.bzcb.com

电话：68523946 68517548

中国标准出版社秦皇岛印刷厂印刷
各地新华书店经销

*

开本 880×1230 1/16 印张 2 字数 60 千字
1994 年 12 月第一版 2005 年 9 月第二次印刷

*

书号：155066·1-25369 定价 16.00 元

如有印装差错 由本社发行中心调换

版权专有 侵权必究

举报电话：(010)68533533



GB 3102.11—1993