



# 中华人民共和国国家标准

GB 3102.11—93

---

## 物理科学和技术中使用的数学符号

Mathematical signs and symbols for use in the physical  
sciences and technology

1993-12-27 发布

1994-07-01 实施

---

国家技术监督局 发布

# 中华人民共和国国家标准

## 物理科学和技术中使用的数学符号

GB 3102.11—93

Mathematical signs and symbols for use in the physical  
sciences and technology

代替 GB 3102.11—86

### 引言

本标准参照采用国际标准 ISO 31-11:1992《量和单位 第十一部分:物理科学和技术中使用的数学标志与符号》。

本标准是目前已经制定的有关量和单位的一系列国家标准之一,这一系列国家标准是:

- GB 3100 国际单位制及其应用;
- GB 3101 有关量、单位和符号的一般原则;
- GB 3102.1 空间和时间的量和单位;
- GB 3102.2 周期及其有关现象的量和单位;
- GB 3102.3 力学的量和单位;
- GB 3102.4 热学的量和单位;
- GB 3102.5 电学和磁学的量和单位;
- GB 3102.6 光及有关电磁辐射的量和单位;
- GB 3102.7 声学的量和单位;
- GB 3102.8 物理化学和分子物理学的量和单位;
- GB 3102.9 原子物理学和核物理学的量和单位;
- GB 3102.10 核反应和电离辐射的量和单位;
- GB 3102.11 物理科学和技术中使用的数学符号;
- GB 3102.12 特征数;
- GB 3102.13 固体物理学的量和单位。

上述国家标准贯彻了《中华人民共和国计量法》、《中华人民共和国标准化法》、国务院于1984年2月27日公布的《关于在我国统一实行法定计量单位的命令》和《中华人民共和国法定计量单位》。

本标准特殊说明:

变量(例如  $x, y$  等)、变动附标(例如  $\sum_i x_i$  中的  $i$ )及函数(例如  $f, g$  等)用斜体字母表示。点  $A$ 、线段  $AB$  及弧  $CD$  用斜体字母表示。在特定场合中视为常数的参数(例如  $a, b$  等)也用斜体字母表示。

有定义的已知函数(例如  $\sin, \exp, \ln, \Gamma$  等)用正体字母表示。其值不变的数学常数(例如  $e = 2.718\ 281\ 8\cdots, \pi = 3.141\ 592\ 6\cdots, i^2 = -1$  等)用正体字母表示。已定义的算子(例如  $\operatorname{div}, \delta x$  中的  $\delta$  及  $df/dx$  中的  $d$ )也用正体字母表示。

数字表中数(例如 351 204, 1.32, 7/8)的表示用正体。

函数的自变量写在函数符号后的圆括号中,且函数符号与圆括号之间不留空隙,例如  $f(x)$ ,  $\cos(\omega t + \varphi)$ 。如果函数的符号由两个或更多的字母组成且自变量不含 $+$ , $-$ , $\times$ , $\cdot$ 或 $/$ 等运算时,括于自变量的圆括号可以省略,这时在函数与自变量符号之间应留一空隙,例如  $\ln 2.4$ ,  $\sin n\pi$ ,  $\operatorname{arcosh} 2A$ ,  $\operatorname{Ei} x$ 。

为了避免混淆,常采用圆括号。例如不应将  $\cos(x)+y$  或  $(\cos x)+y$  写成  $\cos x+y$ ,因为后者可能被误解为  $\cos(x+y)$ 。

当一个表示式或方程式需断开、用两行或多行来表示时,最好在紧靠其中符号 $=$ , $+$ , $-$ , $\pm$ , $\mp$ , $\times$ ,或 $/$ 后断开,而在下一行开头不应重复这一符号。

用来表示某确定物理量的标量、矢量和张量与坐标系的选择无关,尽管矢量或张量的分量与坐标系的选择有关。

对“矢量 $\boldsymbol{a}$ 的分量”即  $a_x, a_y$  和  $a_z$  与“ $\boldsymbol{a}$ 的分矢量”即  $a_x\boldsymbol{e}_x, a_y\boldsymbol{e}_y$  和  $a_z\boldsymbol{e}_z$  加以区别是重要的。

径矢量的笛卡儿分量等同于径矢量端点的笛卡儿坐标。

物理量中的矢量可写成数值矢量与单位相乘的形式,

例:

$$\begin{array}{c} \text{分量 } F_x \\ | \\ \boldsymbol{F} = (\underbrace{3\text{ N}}_{\text{数值}}, \underbrace{-2\text{ N}}_{\text{单位}}, \underbrace{5\text{ N}}_{\text{单位}}) = \overbrace{(3, -2, 5)}^{\text{数值矢量}} \underbrace{\text{N}}_{\text{单位}} \end{array}$$

这里的单位 $\text{N}$ 为标量,同样的办法也适用于二阶和高阶张量。

本标准的主要内容以表格形式列出。

如果在表格的同一项号中所给出的数学符号或表示式多于一个时,它们应是等同的。但在列出的顺序中,总是将常用的数学符号、相应的名称或表示式靠前列出。

在本表格备注一栏中给出的是符号的使用说明和应用示例。

本标准规定物理科学、工程技术和有关的教学一般常用的数学符号;过于专门的数学符号未列入。

在本标准中,将国际标准 ISO 31-11:1992《量和单位 第十一部分:物理科学和技术中使用的数学标志与符号》称为[1],将原国家标准 GB 789—65《数学符号(试行草案)》称为[2]。

## 1 主题内容与适用范围

本标准规定了物理科学和技术中使用的数学符号的含义、读法和应用。

本标准适用于所有科学技术领域。

## 2 物理科学和技术中使用的数学符号表

2.1 几何符号<sup>1)</sup>

项号	符号	意义或读法	备注及示例
11-1.1	$\overline{AB}, AB$	[直] <sup>2)</sup> 线段 $AB$ the line segment $AB$	用 $ AB $ , $AB$ 或小写的拉丁字母表示该直线段的长。 矢量的表示参阅 11-12.1
11-1.2	$\angle$	[平面]角 plane angle	参阅 GB 3102.1 的 1-1 及 1-1.a ~ 1-1.d
11-1.3	$\widehat{AB}$	弧 $AB$ the arc $AB$	当 $\widehat{AB}$ 为圆弧时,可用 $\widehat{AB}^\circ$ 表示圆弧 $AB$ [对应]的度数
11-1.4	$\pi$	圆周率 ratio of the circumference of a circle to its diameter	圆周长与直径的比, $\pi = 3.141\ 592\ 6\cdots$
11-1.5	$\triangle$	三角形 triangle	
11-1.6	$\square$	平行四边形 parallelogram	
11-1.7	$\odot$	圆 circle	
11-1.8	$\perp$	垂直 is perpendicular to	
11-1.9	$//, \parallel$	平行 is parallel to	$\underline{\underline{}}$ 用于表示平行且相等
11-1.10	$\sim$	相似 is similar to	
11-1.11	$\cong$	全等 is congruent to	

1) 几何符号取材于[2]。

2) 行文中方括号内的文字表示可以略去或不读,下同。

## 2.2 集合论符号

项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-2.1	$\in$	$x \in A$	$x$ 属于 $A$ ; $x$ 是集合 $A$ 的一个元[素] $x$ belongs to $A$ ; $x$ is an element of the set $A$	集合 $A$ 可简称为集 $A$
11-2.2	$\notin$	$y \notin A$	$y$ 不属于 $A$ ; $y$ 不是集合 $A$ 的一个元[素] $y$ does not belong to $A$ ; $y$ is not an element of the set $A$	也可用 $\notin$ 或 $\bar{\in}$
11-2.3	$\ni$	$A \ni x$	集 $A$ 包含[元] $x$ the set $A$ contains $x$ (as element)	
11-2.4	$\not\ni$	$A \not\ni y$	集 $A$ 不包含[元] $y$ the set $A$ does not contain $y$ (as element)	也可用 $\not\ni$ 或 $\bar{\ni}$
11-2.5	$\{, \dots, \}$	$\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$	诸元素 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 构成的集 set with elements $x_1, x_2, \dots, x_n$	也可用 $\{x_i, i \in I\}$ , 这里的 $I$ 表示指标集
11-2.6	$\{ \}$	$\{x \in A   p(x)\}$	使命题 $p(x)$ 为真的 $A$ 中诸元[素]之集 set of those elements of $A$ for which the proposition $p(x)$ is true	例: $\{x \in R   x \leq 5\}$ , 如果从前后关系来看, 集 $A$ 已很明确, 则可使用 $\{x   p(x)\}$ 来表示, 例如: $\{x   x \leq 5\}$ $\{x \in A   p(x)\}$ 有时也可写成 $\{x \in A : p(x)\}$ 或 $\{x \in A; p(x)\}$
11-2.7	card	card( $A$ )	$A$ 中诸元素的数目; $A$ 的势(或基数) number of elements in $A$ ; cardinal of $A$	
11-2.8	$\emptyset$		空集 the empty set	

项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-2.9	$\mathbf{N}, \mathbf{N}$		非负整数集; 自然数集 the set of positive integers and zero; the set of natural numbers	$\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ 自 11-2.9 至 11-2.13 集内排除 0 的集, 应上标星号或下标 + 号, 例如 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$ ; $\mathbf{N}_k = \{0, 1, \dots, k-1\}$
11-2.10	$\mathbf{Z}, \mathbf{Z}$		整数集 the set of integers	$\mathbf{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ 参阅 11-2.9 的备注
11-2.11	$\mathbf{Q}, \mathbf{Q}$		有理数集 the set of rational numbers	参阅 11-2.9 的备注
11-2.12	$\mathbf{R}, \mathbf{R}$		实数集 the set of real numbers	参阅 11-2.9 的备注
11-2.13	$\mathbf{C}, \mathbf{C}$		复数集 the set of complex numbers	参阅 11-2.9 的备注
11-2.14	$[, ]$	$[a, b]$	$\mathbf{R}$ 中由 $a$ 到 $b$ 的闭区间 closed interval in $\mathbf{R}$ from $a$ (included) to $b$ (included)	$[a, b] = \{x \in \mathbf{R} \mid a \leq x \leq b\}$
11-2.15	$] , ]$ $( , ]$	$]a, b]$ $(a, b]$	$\mathbf{R}$ 中由 $a$ 到 $b$ (含于内) 的左半开区间 left half-open interval in $\mathbf{R}$ from $a$ (excluded) to $b$ (included)	$]a, b] = \{x \in \mathbf{R} \mid a < x \leq b\}$
11-2.16	$[ , [$ $[ , )$	$[a, b[$ $[a, b)$	$\mathbf{R}$ 中由 $a$ (含于内) 到 $b$ 的右半开区间 right half-open interval in $\mathbf{R}$ from $a$ (included) to $b$ (excluded)	$[a, b[ = \{x \in \mathbf{R} \mid a \leq x < b\}$
11-2.17	$] , [$	$]a, b[$ $(a, b)$	$\mathbf{R}$ 中由 $a$ 到 $b$ 的开区间 open interval in $\mathbf{R}$ from $a$ (excluded) to $b$ (excluded)	$]a, b[ = \{x \in \mathbf{R} \mid a < x < b\}$

项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-2.18	$\subseteq$	$B \subseteq A$	$B$ 含于 $A$ ; $B$ 是 $A$ 的子集 $B$ is included in $A$ ; $B$ is a subset of $A$	$B$ 的每一元均属于 $A$ , 也可以用 $\subset$
11-2.19	$\subsetneq$	$B \subsetneq A$	$B$ 真包含于 $A$ ; $B$ 是 $A$ 的真子集 $B$ is properly included in $A$ ; $B$ is a proper subset of $A$	$B$ 的每一元均属于 $A$ , 但 $B$ 不等于 $A$
11-2.20	$\not\subseteq$	$C \not\subseteq A$	$C$ 不包含于 $A$ ; $C$ 不是 $A$ 的子集 $C$ is not included in $A$ ; $C$ is not a subset of $A$	也可用 $\not\subset$
11-2.21	$\supseteq$	$A \supseteq B$	$A$ 包含 $B$ [作为子集] $A$ includes $B$ (as subset)	$A$ 包含了 $B$ 的每一元, 也可用 $\supset$ 。 $A \supseteq B$ 与 $B \subseteq A$ 的含义相同
11-2.22	$\supsetneq$	$A \supsetneq B$	$A$ 真包含 $B$ $A$ includes $B$ properly	$A$ 包含了 $B$ 的每一元, 但 $A$ 不等于 $B$ 。 $A \supsetneq B$ 与 $B \subsetneq A$ 的含义相同
11-2.23	$\not\supseteq$	$A \not\supseteq C$	$A$ 不包含 $C$ [作为子集] $A$ does not include $C$ (as subset)	也可用 $\not\supset$ 。 $A \not\supseteq C$ 与 $C \not\subseteq A$ 的含义相同
11-2.24	$\cup$	$A \cup B$	$A$ 与 $B$ 的并集 union of $A$ and $B$	属于 $A$ 或属于 $B$ 或属于两者的所有元的集。 $A \cup B = \{x   x \in A \vee x \in B\}$ 参阅 11-3.2
11-2.25	$\bigcup$	$\bigcup_{i=1}^n A_i$	诸集 $A_1, \dots, A_n$ 的并集 union of a collection of sets $A_1, \dots, A_n$	$\bigcup_{i=1}^n A_i = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$ 至少属于诸集 $A_1, \dots, A_n$ 之一的所有元的集。 也可用 $\bigcup_{i=1}^n$ , $\bigcup$ 与 $\bigcup_{i \in I}$ , 其中 $I$ 表示指标集

项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-2.26	$\cap$	$A \cap B$	$A$ 与 $B$ 的交集 intersection of $A$ and $B$	所有既属于 $A$ 又属于 $B$ 的元的集。 $A \cap B = \{x   x \in A \wedge x \in B\}$ 参阅 11-3.1
11-2.27	$\bigcap$	$\bigcap_{i=1}^n A_i$	诸集 $A_1, \dots, A_n$ 的交集 intersection of a collection of sets $A_1, \dots, A_n$	$\bigcap_{i=1}^n A_i = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$ 共属于诸集 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 的所有元的集。 也可用 $\bigcap_{i=1}^n$ , $\bigcap_{i \in I}$ 与 $\bigcap_{i \in I}$ , 其中 $I$ 表示指标集
11-2.28	$\setminus$	$A \setminus B$	$A$ 与 $B$ 之差; $A$ 减 $B$ difference of $A$ and $B$ ; $A$ minus $B$	所有属于 $A$ 但不属于 $B$ 的元的集。 $A \setminus B = \{x   x \in A \wedge x \notin B\}$ 不用 $A - B$
11-2.29	$\complement$	$\complement_A B$	$A$ 中子集 $B$ 的补集或余集 complement of subset $B$ of $A$	$A$ 中不属于子集 $B$ 的所有元的集。 $\complement_A B = \{x   x \in A \wedge x \notin B\}$ 如果行文中集 $A$ 已很明确, 则常可省去符号 $A$ 。 也可写成 $\complement_A B = A \setminus B$
11-2.30	$(,)$	$(a, b)$	有序偶 $a, b$ ; 偶 $a, b$ ordered pair $a, b$ ; couple $a, b$	$(a, b) = (c, d)$ 当且仅当 $a = c$ 及 $b = d$ 不与其他符号混淆时, 也可用 $\langle a, b \rangle$
11-2.31	$(, \dots, )$	$(a_1, a_2, \dots, a_n)$	有序 $n$ 元组 ordered $n$ -tuple	也可用 $\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$
11-2.32	$\times$	$A \times B$	$A$ 与 $B$ 的笛卡儿积 cartesian product of $A$ and $B$	所有由 $a \in A$ 与 $b \in B$ 作成的有序偶 $(a, b)$ 的集。 $A \times B = \{(a, b)   a \in A \wedge b \in B\}$ $A \times A \times \dots \times A$ 记成 $A^n$ , 其中 $n$ 为乘积中的因子数



项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-2.33	$\Delta$	$\Delta_A$	$A \times A$ 中点对 $(x, x)$ 的集, 其中 $x \in A$ ; $A \times A$ 的对角集 set of pairs $(x, x)$ of $A \times A$ , where $x \in A$ ; diagonal of the set $A \times A$	$\Delta_A = \{(x, x)   x \in A\}$ 也可用 $\text{id}_A$

## 2.3 数理逻辑符号

项号	符号	应用	符号名称	意义、读法及备注
11-3.1	$\wedge$	$p \wedge q$	合取符号 conjunction sign	$p$ 和 $q$
11-3.2	$\vee$	$p \vee q$	析取符号 disjunction sign	$p$ 或 $q$
11-3.3	$\neg$	$\neg p$	否定符号 negation sign	$p$ 的否定; 不是 $p$ ; 非 $p$
11-3.4	$\Rightarrow$	$p \Rightarrow q$	推断符号 implication sign	若 $p$ 则 $q$ ; $p$ 蕴含 $q$ 也可写为 $q \Leftarrow p$ 有时也用 $\rightarrow$
11-3.5	$\Leftrightarrow$	$p \Leftrightarrow q$	等价符号 equivalence sign	$p \Rightarrow q$ 且 $q \Rightarrow p$ ; $p$ 等价于 $q$ 有时也用 $\leftrightarrow$
11-3.6	$\forall$	$\forall x \in A \quad p(x)$ $(\forall x \in A) \quad p(x)$	全称量词 universal quantifier	命题 $p(x)$ 对于每一个属于 $A$ 的 $x$ 为真。 当考虑的集合 $A$ 从上下文看很明白时, 可用记号 $\forall x \quad p(x)$
11-3.7	$\exists$	$\exists x \in A \quad p(x)$ $(\exists x \in A) \quad p(x)$	存在量词 existential quantifier	存在 $A$ 中的元 $x$ 使 $p(x)$ 为真。 当考虑的集合 $A$ 从上下文看很明白时, 可用记号 $\exists x \quad p(x)$ 。 $\exists!$ 或 $\exists^1$ 用来表示存在一个且只有一个元素使 $p(x)$ 为真

## 2.4 杂类符号

项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-4.1	$=$	$a=b$	$a$ 等于 $b$ $a$ is equal to $b$	$\equiv$ 用来强调这一等式是数学上的恒等[式]
11-4.2	$\neq$	$a \neq b$	$a$ 不等于 $b$ $a$ is not equal to $b$	
11-4.3	$\stackrel{\text{def}}{=}$	$a \stackrel{\text{def}}{=} b$	按定义 $a$ 等于 $b$ 或 $a$ 以 $b$ 为定义 $a$ is definition equal to $b$	例: $p \stackrel{\text{def}}{=} mv$ 式中 $p$ 为动量, $m$ 为质量, $v$ 为速度 也可用 $\stackrel{\text{d}}{=}$
11-4.4	$\triangleq$	$a \triangleq b$	$a$ 相当于 $b$ $a$ corresponds to $b$	例如在地图上当 1 cm 相当于 10 km 长时,可写成 $1 \text{ cm} \triangleq 10 \text{ km}$
11-4.5	$\approx$	$a \approx b$	$a$ 约等于 $b$ $a$ is approximately equal to $b$	符号 $\simeq$ 被用于“渐近等于”;参阅 11-6.11
11-4.6	$\propto$	$a \propto b$	$a$ 与 $b$ 成正比 $a$ is proportional to $b$	在[1]中也用 $\sim$
11-4.7	$:$	$a:b$	$a$ 比 $b$ ratio of $a$ to $b$	选自[2]
11-4.8	$<$	$a < b$	$a$ 小于 $b$ $a$ is less than $b$	
11-4.9	$>$	$b > a$	$b$ 大于 $a$ $b$ is greater than $a$	
11-4.10	$\leq$	$a \leq b$	$a$ 小于或等于 $b$ $a$ is less than or equal to $b$	不用 $\leq$
11-4.11	$\geq$	$b \geq a$	$b$ 大于或等于 $a$ $b$ is greater than or equal to $a$	不用 $\geq$
11-4.12	$\ll$	$a \ll b$	$a$ 远小于 $b$ $a$ is much less than $b$	
11-4.13	$\gg$	$b \gg a$	$b$ 远大于 $a$ $b$ is much greater than $a$	

项号	符号	应用	意义或读法	备注及示例
11-4.14	$\infty$		无穷[大]或无限[大] infinity	
11-4.15	$\sim$	$a \sim b$	数字范围 the range of numbers	这里的 $a$ 和 $b$ 为不同的实数， 例如 $5 \sim 10$ 表示由 5 至 10。 选自[2]
11-4.16	.	13.59	小数点 decimal point	整数和小数之间用处于下方位置的小数点“.”分开。 参阅 GB 3101 的 3.3.2
11-4.17	$\ddot{\phantom{x}}$	3.12 $\dot{3}$ 8 $\dot{2}$	循环小数 circulator	即:3.123 823 82...
11-4.18	%	5%~10%	百分率 percent	~前的%不应省略
11-4.19	( )		圆括号 parentheses	
11-4.20	[ ]		方括号 square brackets	
11-4.21	{ }		花括号 braces	
11-4.22	< >		角括号 angle brackets	
11-4.23	±		正或负 positive or negative	
11-4.24	∓		负或正 negative or positive	
11-4.25	max		最大 maximum	
11-4.26	min		最小 minimum	

## 2.5 运算符号

项号	符号,应用	意义或读法	备注及示例
11-5.1	$a+b$	$a$ 加 $b$ $a$ plus $b$	
11-5.2	$a-b$	$a$ 减 $b$ $a$ minus $b$	
11-5.3	$a\pm b$	$a$ 加或减 $b$ $a$ plus or minus $b$	
11-5.4	$a\mp b$	$a$ 减或加 $b$ $a$ minus or plus $b$	$-(a\pm b)=-a\mp b$
11-5.5	$ab, a\cdot b, a\times b$	$a$ 乘以 $b$ $a$ multiplied by $b$	参阅 11-2. 32, 11-12. 6 及 11-12. 7。 数的乘号用叉( $\times$ )或上下居中的圆点( $\cdot$ )。如出现小数点符号时,数的相乘只能用叉。 参阅GB 3101的3.1.3和3.3.3
11-5.6	$\frac{a}{b}, a/b, ab^{-1}$	$a$ 除以 $b$ 或 $a$ 被 $b$ 除 $a$ divided by $b$	参阅 GB 3101 的 3.1.3
11-5.7	$\sum_{i=1}^n a_i$	$a_1+a_2+\cdots+a_n$	也可记为 $\sum_{i=1}^n a_i, \sum_i a_i, \sum_i a_i, \sum a_i$ $\sum_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$
11-5.8	$\prod_{i=1}^n a_i$	$a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots \cdot a_n$	也可记为 $\prod_{i=1}^n a_i, \prod_i a_i, \prod_i a_i, \prod a_i$ $\prod_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots \cdot a_n \cdot \cdots$
11-5.9	$a^p$	$a$ 的 $p$ 次方或 $a$ 的 $p$ 次幂 $a$ to the power $p$	
11-5.10	$a^{1/2}, a^{\frac{1}{2}}, \sqrt{a}, \sqrt{a}$	$a$ 的二分之一次方; $a$ 的平方根 $a$ to the power 1/2; square root of $a$	参阅 11-5.11

项号	符号,应用	意义或读法	备注及示例
11-5.11	$a^{1/n}, a^{\frac{1}{n}},$ $\sqrt[n]{a}, \sqrt[n]{a}$	$a$ 的 $n$ 分之一次方; $a$ 的 $n$ 次 方根 $a$ to the power $1/n$ ; $n$ th root of $a$	在使用符号 $\sqrt{\quad}$ 或 $\sqrt[n]{\quad}$ 时,为了避 免混淆,应采用括号把被开方的 复杂表示式括起来
11-5.12	$ a $	$a$ 的绝对值; $a$ 的模 absolute value of $a$ ; modules of $a$	也可用 $\text{abs } a$
11-5.13	$\text{sgn } a$	$a$ 的符号函数 signum $a$	对于实数 $a$ : $\text{sgn } a = \begin{cases} 1 & \text{当 } a > 0 \\ 0 & \text{当 } a = 0 \\ -1 & \text{当 } a < 0 \end{cases}$ 对于复数 $a$ ,参阅 11-9.7
11-5.14	$\bar{a}, \langle a \rangle$	$a$ 的平均值 mean value of $a$	如果平均值的求法在文中不明 了,则应指出其形成的方法。若 $\bar{a}$ 容易与 $a$ 的复共轭混淆时,就用 $\langle a \rangle$
11-5.15	$n!$	$n$ 的阶乘 factorial $n$	$n \geq 1$ 时, $n! = \prod_{k=1}^n k = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$ $n=0$ 时, $n! = 1$
11-5.16	$\binom{n}{p}, C_n^p$	二项式系数;组合数 binomial coefficient $n, p$	$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p! (n-p)!}$
11-5.17	$\text{ent } a, E(a)$	小于或等于 $a$ 的最大整数; 示性 $a$ the greatest integer less than or equal to $a$ ; characteristic of $a$	例: $\text{ent } 2.4 = 2$ $\text{ent}(-2.4) = -3$ 有时也用 $[a]$

## 2.6 函数符号

项号	符号,应用	意义或读法	备注及示例
11-6.1	$f$	函数 $f$ function $f$	也可以表示为 $x \mapsto f(x)$
11-6.2	$f(x)$ $f(x, y, \dots)$	函数 $f$ 在 $x$ 或在 $(x, y, \dots)$ 的值 value of the function $f$ at $x$ or at $(x, y, \dots)$ respectively	也表示以 $x, y, \dots$ 为自变量的函数 $f$
11-6.3	$f(x) _a^b$ $[f(x)]_a^b$	$f(b) - f(a)$	这种表示法主要用于定积分计算
11-6.4	$g \circ f$	$f$ 与 $g$ 的合成函数或复合函数 the composite function of $f$ and $g$	$(g \circ f)(x) = g(f(x))$
11-6.5	$x \rightarrow a$	$x$ 趋于 $a$ $x$ tends to $a$	用 $x_n \rightarrow a$ 表示序列 $\{x_n\}$ 的极限为 $a$
11-6.6	$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	$x$ 趋于 $a$ 时 $f(x)$ 的极限 limit of $f(x)$ as $x$ tends to $a$	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ 可以写为: $f(x) \rightarrow b$ 当 $x \rightarrow a$ 右极限及左极限可分别表示为: $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ 和 $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$
11-6.7	$\overline{\lim}$	上极限 superior limit	
11-6.8	$\underline{\lim}$	下极限 inferior limit	
11-6.9	sup	上确界 supremum	
11-6.10	inf	下确界 infimum	11-6.7 至 11-6.10 取材于[2]
11-6.11	$\simeq$	渐近等于 is asymptotically equal to	例: $\frac{1}{\sin(x-a)} \simeq \frac{1}{x-a}$ 当 $x \rightarrow a$

项号	符号,应用	意义或读法	备注及示例
11-6.12	$O(g(x))$	$f(x)=O(g(x))$ 的含义为 $ f(x)/g(x) $ 在行文所述的 极限中有上界 $ f(x)/g(x) $ is bounded above in the limit implied by the context	当 $f/g$ 与 $g/f$ 都有界时,称 $f$ 与 $g$ 是同阶的
11-6.13	$o(g(x))$	$f(x)=o(g(x))$ 表示在行文 所述的极限中 $f(x)/g(x)$ $\rightarrow 0$ $f(x)/g(x) \rightarrow 0$ in the limit implied by the context	
11-6.14	$\Delta x$	$x$ 的[有限]增量 (finite) increment of $x$	
11-6.15	$\frac{df}{dx}$ $df/dx$ $f'$	单变量函数 $f$ 的导[函]数 或微商 derivative of the function $f$ of one variable	也可用 $Df$ 。 即: $\frac{df(x)}{dx}$ , $df(x)/dx, f'(x), Df(x)$ 。 如自变量为时间 $t$ ,也可用 $\dot{f}$ 表 示 $df/dt$
11-6.16	$\left(\frac{df}{dx}\right)_{x=a}$ $(df/dx)_{x=a}$ $f'(a)$	函数 $f$ 的导[函]数在 $a$ 的 value at $a$ of the derivative of the function $f$	也可用 $\frac{df}{dx}\Big _{x=a}$ 或 $Df(a)$
11-6.17	$\frac{d^n f}{dx^n}$ $d^n f/dx^n$ $f^{(n)}$	单变量函数 $f$ 的 $n$ 阶导函数 $n$ th derivative of the function $f$ of one variable	也可用 $D^n f$ 。 当 $n=2,3$ 时,也可用 $f'', f'''$ 来 代替 $f^{(n)}$ 。如自变量是时间 $t$ ,可 用 $\ddot{f}$ 来代替 $\frac{d^2 f}{dt^2}$
11-6.18	$\frac{\partial f}{\partial x}$ $\partial f/\partial x$ $\partial_x f$	多变量 $x, y, \dots$ 的函数 $f$ 对 于 $x$ 的偏微商或偏导数 partial derivative of the function $f$ of several variables $x, y, \dots$ with respect to $x$	即: $\frac{\partial f(x, y, \dots)}{\partial x}$ , $\partial f(x, y, \dots)/\partial x, \partial_x f(x, y, \dots)$ 。 也可用 $f_x$ 或 $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y, \dots}$ $D_x = \frac{1}{i} \partial_x$ 等常用于 Fourier 变换

项号	符号,应用	意义或读法	备注及示例
11-6.19	$\frac{\partial^{m+n} f}{\partial x^n \partial y^m}$	函数 $f$ 先对 $y$ 求 $m$ 次偏微商, 再对 $x$ 求 $n$ 次偏微商; 混合偏导数 $n$ th partial derivative of the function $\partial^m f / \partial y^m$ of several variables $x, y, \dots$ with respect to $x$ ; mixed partial derivative	
11-6.20	$\frac{\partial(u, v, w)}{\partial(x, y, z)}$	$u, v, w$ 对 $x, y, z$ 的函数行列式 Jacobian; functional determinant of the functions $u, v, w$ with respect to $x, y, z$	即: $\begin{vmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{vmatrix}$ 11-6.19 与 11-6.20 选自[2]
11-6.21	$df$	函数 $f$ 的全微分 total differential of the function $f$	$df(x, y, \dots) = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \dots$
11-6.22	$\delta f$	函数 $f$ 的(无穷小)变分 (infinitesimal) variation of the function $f$	
11-6.23	$\int f(x) dx$	函数 $f$ 的不定积分 an indefinite integral of the function $f$	
11-6.24	$\int_a^b f(x) dx$ $\int_a^b f(x) dx$	函数 $f$ 由 $a$ 至 $b$ 的定积分 definite integral of the function $f$ from $a$ to $b$	
11-6.25	$\iint_A f(x, y) dA$	函数 $f(x, y)$ 在集合 $A$ 上的二重积分 the double integral of function $f(x, y)$ over set $A$	选自[2]。 $\int_c, \int_s, \int_v, \oint$ 分别用于沿曲线 $C$ , 沿曲面 $S$ , 沿体积 $V$ 以及沿闭曲线或闭曲面的积分



项号	符号,应用	意义或读法	备注及示例
11-6.26	$\delta_{ik}$	克罗内克 $\delta$ 符号 Kronecker delta symbol	$\delta_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{当 } i = k \\ 0 & \text{当 } i \neq k \end{cases}$ 式中 $i$ 与 $k$ 均为整数
11-6.27	$\epsilon_{ijk}$	勒维-契维塔符号 Levi-Civita symbol	$\epsilon_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{若 } ijk \text{ 为 } 1,2,3 \text{ 的偶排列} \\ -1 & \text{若 } ijk \text{ 为 } 1,2,3 \text{ 的奇排列} \\ 0 & \text{若 } ijk \text{ 为 } 1,2,3 \text{ 的真重复排列} \end{cases}$
11-6.28	$\delta(x)$	狄拉克 $\delta$ 分布[函数] Dirac delta distribution (function)	$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\delta(x)dx = f(0)$
11-6.29	$\epsilon(x)$	单位阶跃函数;海维赛函数 unit step function; Heaviside function	$\epsilon(x) = \begin{cases} 1 & \text{当 } x > 0 \\ 0 & \text{当 } x < 0 \end{cases}$ 也可用 $H(x)$ $\vartheta(t)$ 用于时间的单位阶跃函数
11-6.30	$f * g$	$f$ 与 $g$ 的卷积 convolution of $f$ and $g$	$(f * g)(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(y)g(x-y)dy$

## 2.7 指数函数和对数函数符号

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-7.1	$a^x$	$x$ 的指数函数(以 $a$ 为底) exponential function (to the base $a$ ) of $x$	比较 11-5.9
11-7.2	$e$	自然对数的底 base of natural logarithms	$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 2.718\ 281\ 8\cdots$
11-7.3	$e^x, \exp x$	$x$ 的指数函数(以 $e$ 为底) exponential function (to the base $e$ ) of $x$	在同一场合中,只用其中一种 符号

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-7.4	$\log_a x$	以 $a$ 为底的 $x$ 的对数 logarithm to the base $a$ of $x$	当底数不必指出时,常用 $\log x$ 表示
11-7.5	$\ln x$	$\ln x = \log_e x$ $x$ 的自然对数 natural logarithm of $x$	$\log x$ 不能用来代替 $\ln x, \lg x, \text{lb } x$ 或 $\log_e x, \log_{10} x, \log_2 x$
11-7.6	$\lg x$	$\lg x = \log_{10} x$ $x$ 的常用对数 common (decimal) logarithm of $x$	参阅 11-7.5 的备注
11-7.7	$\text{lb } x$	$\text{lb } x = \log_2 x$ $x$ 的以 2 为底的对数 binary logarithm of $x$	参阅 11-7.5 的备注

2.8 三角函数<sup>1)</sup>和双曲函数符号

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-8.1	$\sin x$	$x$ 的正弦 sine of $x$	
11-8.2	$\cos x$	$x$ 的余弦 cosine of $x$	
11-8.3	$\tan x$	$x$ 的正切 tangent of $x$	也可用 $\text{tg } x$
11-8.4	$\cot x$	$x$ 的余切 cotangent of $x$	$\cot x = 1/\tan x$
11-8.5	$\sec x$	$x$ 的正割 secant of $x$	$\sec x = 1/\cos x$
11-8.6	$\csc x$	$x$ 的余割 cosecant of $x$	也可用 $\text{cosec } x$ $\csc x = 1/\sin x$

1) 在[1]中称为圆函数。

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-8.7	$\sin^m x$	$\sin x$ 的 $m$ 次方 sin $x$ to the power $m$	选自[2]。 其他三角函数和双曲函数的 $m$ 次方的表示法类似
11-8.8	$\arcsin x$	$x$ 的反正弦 arc sine of $x$	$y = \arcsin x \Leftrightarrow x = \sin y$ , $-\pi/2 \leq y \leq \pi/2$ 反正弦函数是正弦函数在上述限制下的反函数
11-8.9	$\arccos x$	$x$ 的反余弦 arc cosine of $x$	$y = \arccos x \Leftrightarrow x = \cos y$ , $0 \leq y \leq \pi$ 反余弦函数是余弦函数在上述限制下的反函数
11-8.10	$\arctan x$	$x$ 的反正切 arc tangent of $x$	也可用 $\operatorname{arctg} x$ 。 $y = \arctan x \Leftrightarrow x = \tan y$ , $-\pi/2 < y < \pi/2$ 反正切函数是正切函数在上述限制下的反函数
11-8.11	$\operatorname{arccot} x$	$x$ 的反余切 arc cotangent of $x$	$y = \operatorname{arccot} x \Leftrightarrow x = \cot y$ , $0 < y < \pi$ 反余切函数是余切函数在上述限制下的反函数
11-8.12	$\operatorname{arcsec} x$	$x$ 的反正割 arc secant of $x$	$y = \operatorname{arcsec} x \Leftrightarrow x = \sec y$ , $0 \leq y \leq \pi, y \neq \pi/2$ 反正割函数是正割函数在上述限制下的反函数
11-8.13	$\operatorname{arccsc} x$	$x$ 的反余割 arc cosecant of $x$	也可用 $\operatorname{arccosec} x$ 。 $y = \operatorname{arccsc} x \Leftrightarrow x = \csc y$ , $-\pi/2 \leq y \leq \pi/2, y \neq 0$ 反余割函数是余割函数在上述限制下的反函数。 对于 11-8.8 至 11-8.13 各项不采用 $\sin^{-1} x, \cos^{-1} x$ 等符号, 因为可能被误解为 $(\sin x)^{-1}, (\cos x)^{-1}$ 等

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-8.14	$\sinh x$	$x$ 的双曲正弦 hyperbolic sine of $x$	也可用 $\text{sh } x$
11-8.15	$\cosh x$	$x$ 的双曲余弦 hyperbolic cosine of $x$	也可用 $\text{ch } x$
11-8.16	$\tanh x$	$x$ 的双曲正切 hyperbolic tangent of $x$	也可用 $\text{th } x$
11-8.17	$\coth x$	$x$ 的双曲余切 hyperbolic cotangent of $x$	$\coth x = 1/\tanh x$
11-8.18	$\text{sech } x$	$x$ 的双曲正割 hyperbolic secant of $x$	$\text{sech } x = 1/\cosh x$
11-8.19	$\text{csch } x$	$x$ 的双曲余割 hyperbolic cosecant of $x$	也可用 $\text{cosech } x$ 。 $\text{csch } x = 1/\sinh x$
11-8.20	$\text{arsinh } x$	$x$ 的反双曲正弦 inverse hyperbolic sine of $x$	也可用 $\text{arsh } x$ 。 $y = \text{arsinh } x \Leftrightarrow x = \sinh y$ 反双曲正弦函数是双曲正弦函数的反函数
11-8.21	$\text{arcosh } x$	$x$ 的反双曲余弦 inverse hyperbolic cosine of $x$	也可用 $\text{arch } x$ 。 $y = \text{arcosh } x \Leftrightarrow x = \cosh y$ , $y \geq 0$ 反双曲余弦函数是双曲余弦函数在上述限制下的反函数
11-8.22	$\text{artanh } x$	$x$ 的反双曲正切 inverse hyperbolic tangent of $x$	也可用 $\text{arth } x$ 。 $y = \text{artanh } x \Leftrightarrow x = \tanh y$ 反双曲正切函数是双曲正切函数的反函数
11-8.23	$\text{arcoth } x$	$x$ 的反双曲余切 inverse hyperbolic cotangent of $x$	$y = \text{arcoth } x \Leftrightarrow x = \coth y$ , $y \neq 0$ 反双曲余切函数是双曲余切函数在上述限制下的反函数

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-8.24	$\operatorname{arsech} x$	$x$ 的反双曲正割 inverse hyperbolic secant of $x$	$y = \operatorname{arsech} x \Leftrightarrow x = \operatorname{sech} y$ , $y \geq 0$ 反双曲正割函数是双曲正割函数在上述限制下的反函数
11-8.25	$\operatorname{arcsch} x$	$x$ 的反双曲余割 inverse hyperbolic cosecant of $x$	也可用 $\operatorname{arcosech} x$ 。 $y = \operatorname{arcsch} x \Leftrightarrow x = \operatorname{csch} y$ , $y \neq 0$ 反双曲余割函数是双曲余割函数在上述限制下的反函数。 对于反双曲函数,不应使用 $\sinh^{-1} x$ , $\cosh^{-1} x$ 等符号,因为可能被误解为 $(\sinh x)^{-1}$ , $(\cosh x)^{-1}$ 等

## 2.9 复数符号

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-9.1	$i, j$	虚数单位, $i^2 = -1$ imaginary unit	在电工技术中常用 $j$ , 参阅 GB 3102.5 的 5-44.1 的备注
11-9.2	$\operatorname{Re} z$	$z$ 的实部 real part of $z$	
11-9.3	$\operatorname{Im} z$	$z$ 的虚部 imaginary part of $z$	$z = x + iy$ 其中 $x = \operatorname{Re} z$ , $y = \operatorname{Im} z$
11-9.4	$ z $	$z$ 的绝对值; $z$ 的模 absolute value of $z$ ; modulus of $z$	也可用 $\operatorname{mod} z$
11-9.5	$\arg z$	$z$ 的辐角; $z$ 的相 argument of $z$ ; phase of $z$	$z = re^{i\varphi}$ 其中 $r =  z $ , $\varphi = \arg z$ , 即 $\operatorname{Re} z = r \cos \varphi$ , $\operatorname{Im} z = r \sin \varphi$
11-9.6	$z^*$	$z$ 的[复]共轭 (complex) conjugate of $z$	有时用 $\bar{z}$ 代替 $z^*$
11-9.7	$\operatorname{sgn} z$	$z$ 的单位模函数 signum $z$	当 $z \neq 0$ 时, $\operatorname{sgn} z = z/ z  = \exp(i \arg z)$ ; 当 $z = 0$ 时, $\operatorname{sgn} z = 0$

## 2.10 矩阵符号

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-10.1	$\begin{matrix} A \\ (A_{11} \cdots A_{1n} \\ \vdots \quad \vdots \\ A_{m1} \cdots A_{mn}) \end{matrix}$	$m \times n$ 型的矩阵 $A$ matrix $A$ of type $m$ by $n$	也可用 $A = (A_{ij})$ , $A_{ij}$ 是矩阵 $A$ 的元素; $m$ 为行数, $n$ 为列数。当 $m = n$ 时, $A$ 称为[正]方阵。矩阵元可用小写字母表示。 也可用方括号代替矩阵表示中的圆括号
11-10.2	$AB$	矩阵 $A$ 与 $B$ 的积 product of matrices $A$ and $B$	$(AB)_{ik} = \sum_j A_{ij} B_{jk}$ 式中 $A$ 的列数必须等于 $B$ 的行数
11-10.3	$E, I$	单位矩阵 unit matrix	方阵的元素 $E_{ik} = \delta_{ik}$ , 参阅 11-6.26
11-10.4	$A^{-1}$	方阵 $A$ 的逆 inverse of the square matrix $A$	$AA^{-1} = A^{-1}A = E$
11-10.5	$A^T, \tilde{A}$	$A$ 的转置矩阵 transpose matrix of $A$	$(A^T)_{ik} = A_{ki}$ 也可用 $A'$
11-10.6	$A^*$	$A$ 的复共轭矩阵 complex conjugate matrix of $A$	$(A^*)_{ik} = (A_{ik})^* = A_{ik}^*$ 在数学中也常用 $\bar{A}$
11-10.7	$A^H, A^\dagger$	$A$ 的厄米特共轭矩阵 Hermitian conjugate matrix of $A$	$(A^H)_{ik} = (A_{ki})^* = A_{ki}^*$ 在数学中也常用 $A^*$
11-10.8	$\det A$ $\begin{vmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ A_{n1} & \cdots & A_{nn} \end{vmatrix}$	方阵 $A$ 的行列式 determinant of the square matrix $A$	
11-10.9	$\text{tr } A$	方阵 $A$ 的迹 trace of the square matrix $A$	$\text{tr } A = \sum_i A_{ii}$
11-10.10	$\ A\ $	矩阵 $A$ 的范数 norm of the matrix $A$	矩阵的范数有各种定义, 例如范数 $\ A\  = (\text{tr}(AA^H))^{1/2}$

## 2.11 坐标系符号

项号	坐标	径矢量及其微分	坐标系名称	备 注
11-11.1	$x, y, z$	$\mathbf{r} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z$ , $d\mathbf{r} = dx\mathbf{e}_x + dy\mathbf{e}_y + dz\mathbf{e}_z$	笛卡儿坐标 cartesian coordinates	$\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$ 与 $\mathbf{e}_z$ 组成一标准正交右手系, 见图 1
11-11.2	$\rho, \varphi, z$	$\mathbf{r} = \rho\mathbf{e}_\rho(\varphi) + z\mathbf{e}_z$ , $d\mathbf{r} = d\rho\mathbf{e}_\rho(\varphi) + \rho d\varphi\mathbf{e}_\varphi(\varphi) + dz\mathbf{e}_z$	圆柱坐标 cylindrical coordinates	$\mathbf{e}_\rho, \mathbf{e}_\varphi$ 与 $\mathbf{e}_z$ 组成一标准正交右手系, 见图 3 和图 4。 若 $z=0$ , 则 $\rho$ 与 $\varphi$ 成为极坐标
11-11.3	$r, \theta, \varphi$	$\mathbf{r} = r\mathbf{e}_r(\theta, \varphi)$ , $d\mathbf{r} = dr\mathbf{e}_r(\theta, \varphi) + r d\theta\mathbf{e}_\theta(\theta, \varphi) + r \sin\theta d\varphi\mathbf{e}_\varphi(\varphi)$	球坐标 spherical coordinates	$\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta$ 与 $\mathbf{e}_\varphi$ 组成一标准正交右手系, 见图 3 和图 5
注: 如果为了某些目的, 例外地使用左手坐标系(见图 2)时, 必须明确地说出, 以免引起符号错误				

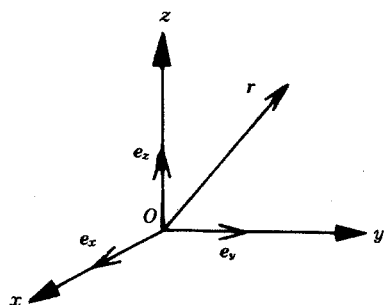
 $x$  轴方向朝外

图 1 右手笛卡儿坐标系

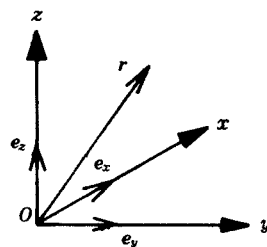
 $x$  轴方向朝里

图 2 左手笛卡儿坐标系

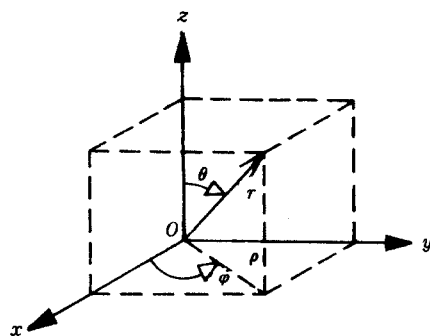
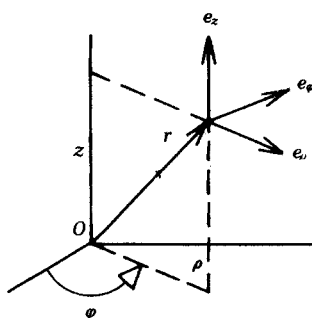
图 3  $Oxyz$  是右手坐标系

图 4 右手柱坐标

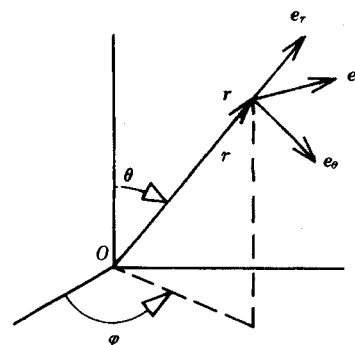


图 5 右手球坐标

## 2.12 矢量和张量符号

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-12.1	$\mathbf{a}$ $\vec{a}$	矢量或向量 $\mathbf{a}$ vector $\mathbf{a}$	这里,笛卡儿坐标用 $x, y, z$ 或 $x_1, x_2, x_3$ 表示,在后一种情况,指标 $i, j, k, l$ 从 1 到 3 取值,并采用下面的求和约定:如果在一项中某个指标出现两次,则表示该指标对 1, 2, 3 求和。 印刷用黑体 $\mathbf{a}$ , 书写用 $\vec{a}$
11-12.2	$a$ $ \mathbf{a} $	矢量 $\mathbf{a}$ 的模或长度 magnitude of vector $\mathbf{a}$	也可用 $\ \mathbf{a}\ $
11-12.3	$\mathbf{e}_a$	$\mathbf{a}$ 方向的单位矢量 unit vector in the direction of $\mathbf{a}$	$\mathbf{e}_a = \mathbf{a} /  \mathbf{a} $ $\mathbf{a} = a\mathbf{e}_a$
11-12.4	$\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ $\mathbf{e}_i$	在笛卡儿坐标轴方向的单位矢量 unit vectors in the directions of the cartesian coordinate axes	
11-12.5	$a_x, a_y, a_z$ $a_i$	矢量 $\mathbf{a}$ 的笛卡儿分量 cartesian components of vector $\mathbf{a}$	$\mathbf{a} = a_x\mathbf{e}_x + a_y\mathbf{e}_y + a_z\mathbf{e}_z = (a_x, a_y, a_z)$ , $a_x\mathbf{e}_x$ 等为分矢量。 $\mathbf{r} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z$ 为径矢
11-12.6	$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$	$\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的标量积或数量积 scalar product of $\mathbf{a}$ and $\mathbf{b}$	$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$ , $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_i b_i = \sum_i a_i b_i$ (参阅 11-12.1 的备注)。 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} = a^2 =  \mathbf{a} ^2 = a^2$ 在特殊场合,也可用 $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$
11-12.7	$\mathbf{a} \times \mathbf{b}$	$\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的矢量积或向量积 vector product of $\mathbf{a}$ and $\mathbf{b}$	在右手笛卡儿坐标系中,分量 $(\mathbf{a} \times \mathbf{b})_x = a_y b_z - a_z b_y$ , 一般 $(\mathbf{a} \times \mathbf{b})_i = \sum_j \sum_k \epsilon_{ijk} a_j b_k$ 对于 $\epsilon_{ijk}$ , 参阅 11-6.27



项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-12.8	$\nabla$ $\vec{\nabla}$	那勃勒算子或算符 nabla operator	也称矢量微分算子。 $\nabla = \mathbf{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{e}_z \frac{\partial}{\partial z} = \mathbf{e}_i \frac{\partial}{\partial x_i}$ 也可用 $\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}$
11-12.9	$\nabla \varphi$ $\text{grad } \varphi$	$\varphi$ 的梯度 gradient of $\varphi$	也可用 $\text{grad } \varphi$ $\nabla \varphi = \mathbf{e}_i \frac{\partial \varphi}{\partial x_i}$
11-12.10	$\nabla \cdot \mathbf{a}$ $\text{div } \mathbf{a}$	$\mathbf{a}$ 的散度 divergence of $\mathbf{a}$	$\nabla \cdot \mathbf{a} = \frac{\partial a_i}{\partial x_i}$
11-12.11	$\nabla \times \mathbf{a}$ $\text{rot } \mathbf{a}$ $\text{curl } \mathbf{a}$	$\mathbf{a}$ 的旋度 curl of $\mathbf{a}$	气象学上称为涡度。 也可用 $\text{rot } \mathbf{a}$ , $\text{curl } \mathbf{a}$ 。 $(\nabla \times \mathbf{a})_x = \frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z}$ , 一般 $(\nabla \times \mathbf{a})_i = \sum_j \sum_k \epsilon_{ijk} \frac{\partial a_k}{\partial x_j}$ 关于 $\epsilon_{ijk}$ , 参阅 11-6.27
11-12.12	$\nabla^2$ $\Delta$	拉普拉斯算子 Laplacian	$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 若与 11-6.14 中有限增量的符号容易混淆时,就用 $\nabla^2$
11-12.13	$\square$	达朗贝尔算子 Dalembertian	$\square = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$ 式中 $c$ 为电磁波在真空中的传播速度,参阅 GB 3102.6 的 6-6
11-12.14	$\mathbf{T}$	二阶张量 $\mathbf{T}$ tensor $\mathbf{T}$ of the second order	也用 $\vec{\vec{T}}$
11-12.15	$T_{xx}, T_{xy}, \dots, T_{zz}$ $T_{ij}$	张量 $\mathbf{T}$ 的笛卡儿分量 cartesian components of tensor $\mathbf{T}$	$\mathbf{T} = T_{xx} \mathbf{e}_x \mathbf{e}_x + T_{xy} \mathbf{e}_x \mathbf{e}_y + \dots$ , $T_{xx} \mathbf{e}_x \mathbf{e}_x$ 等为分张量

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-12. 16	$ab, a \otimes b$	两矢量 $a$ 与 $b$ 的并矢积或张量积 dyadic product; tensor product of two vectors $a$ and $b$	即具有分量 $(ab)_{ij} = a_i b_j$ 的二阶张量
11-12. 17	$T \otimes S$	两个二阶张量 $T$ 与 $S$ 的张量积 tensor product of two tensors $T$ and $S$ of the second order	即具有分量 $(T \otimes S)_{ijkl} = T_{ij} S_{kl}$ 的四阶张量
11-12. 18	$T \cdot S$	两个二阶张量 $T$ 与 $S$ 的内积 inner product of two tensors of second order $T$ and $S$	即具有分量 $(T \cdot S)_{ik} = \sum_j T_{ij} S_{jk}$ 的二阶张量
11-12. 19	$T \cdot a$	二阶张量 $T$ 与矢量 $a$ 的内积 inner product of a tensor of second order $T$ and a vector $a$	即具有分量 $(T \cdot a)_i = \sum_j T_{ij} a_j$ 的矢量
11-12. 20	$T : S$	两个二阶张量 $T$ 与 $S$ 的标量积 scalar product of two tensors of second order $T$ and $S$	即标量 $T : S = \sum_i \sum_j T_{ij} S_{ji}$ 11-12. 1 至 11-12. 20 注: 矢量和张量往往用其分量的通用符号表示, 例如矢量用 $a_i$ , 二阶张量用 $T_{ij}$ , 并矢积用 $a_i b_j$ 等等, 但这里指的都是张量的协变分量, 张量还具有其他形式的分量, 如逆变分量、混合分量等

## 2.13 特殊函数符号

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-13.1	$J_l(x)$	[第一类]柱贝塞尔函数 cylindrical Bessel functions (of the first kind)	即方程 $x^2 y'' + xy' + (x^2 - l^2)y = 0$ 的特解 $J_l(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (x/2)^{l+2k}}{k! \Gamma(l+k+1)}$ $(l \geq 0)$ 关于 $\Gamma$ , 参阅 11-13.19
11-13.2	$N_l(x)$	柱诺依曼函数; 第二类柱贝塞尔函数 cylindrical Neumann functions; cylindrical Bessel functions of the second kind	$N_l(x) =$ $\lim_{k \rightarrow l} \frac{J_k(x) \cos k\pi - J_{-k}(x)}{\sin k\pi}$ 也记作 $Y_l(x)$
11-13.3	$H_l^{(1)}(x)$ $H_l^{(2)}(x)$	柱汉开尔函数; 第三类柱贝塞尔函数 cylindrical Hankel functions; cylindrical Bessel functions of the third kind	$H_l^{(1)}(x) = J_l(x) + iN_l(x),$ $H_l^{(2)}(x) = J_l(x) - iN_l(x)$
11-13.4	$I_l(x)$ $K_l(x)$	修正的柱贝塞尔函数 modified cylindrical Bessel functions	$x^2 y'' + xy' - (x^2 + l^2)y = 0$ 的特解 $I_l(x) = i^{-l} J_l(ix),$ $K_l(x) = (\pi/2) i^{l+1} (J_l(ix) + iN_l(ix))$
11-13.5	$j_l(x)$	[第一类]球贝塞尔函数 spherical Bessel functions (of the first kind)	$x^2 y'' + 2xy' + [x^2 - l(l+1)]y = 0$ ( $l \geq 0$ ) 的特解 $j_l(x) = (\pi/2x)^{1/2} J_{l+1/2}(x)$
11-13.6	$n_l(x)$	球诺依曼函数; 第二类球贝塞尔函数 spherical Neumann functions; spherical Bessel functions of the second kind	$n_l(x) = (\pi/2x)^{1/2} N_{l+1/2}(x)$ 也记作 $y_l(x)$

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-13.7	$h_l^{(1)}(x)$ $h_l^{(2)}(x)$	球汉开尔函数;第三类球贝塞尔函数 spherical Hankel functions; spherical Bessel functions of the third kind	$h_l^{(1)}(x) = j_l(x) + in_l(x) = (\pi/2x)^{1/2} H_{l+1/2}^{(1)}(x)$ , $h_l^{(2)}(x) = j_l(x) - in_l(x) = (\pi/2x)^{1/2} H_{l+1/2}^{(2)}(x)$ 修正的球贝塞尔函数分别写为 $i_l(x)$ 与 $k_l(x)$ ; 比较 11-13.4
11-13.8	$P_l(x)$	勒让德多项式 Legendre polynomials	$(1-x^2)y'' - 2xy' + l(l+1)y = 0$ 的特解 $P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{dx^l} (x^2-1)^l$ ( $l \in \mathbf{N}$ )
11-13.9	$P_l^m(x)$	关联勒让德函数 associated Legendre functions	$(1-x^2)y'' - 2xy' + [l(l+1) - \frac{m^2}{1-x^2}]y = 0$ 的特解 $P_l^m(x) = (1-x^2)^{m/2} \frac{d^m}{dx^m} P_l(x)$ ( $l, m \in \mathbf{N}; m \leq l$ )
11-13.10	$Y_l^m(\theta, \varphi)$	球面调和函数, 球谐函数 spherical harmonics	$\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial y}{\partial \theta}) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 y}{\partial \varphi^2} + l(l+1)y = 0$ 的特解 $Y_l^m(\theta, \varphi) = (-1)^m \times$ $\left[ \frac{(2l+1)}{4\pi} \frac{(l- m )!}{(l+ m )!} \right]^{1/2} \times$ $P_{ m }^m(\cos \theta) e^{im\varphi}$ ( $l,  m  \in \mathbf{N};  m  \leq l$ )
11-13.11	$H_n(x)$	厄米特多项式 Hermite polynomials	$y'' - 2xy' + 2ny = 0$ 的特解 $H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}$ ( $n \in \mathbf{N}$ )
11-13.12	$L_n(x)$	拉盖尔多项式 Laguerre polynomials	$xy'' + (1-x)y' + ny = 0$ 的特解 $L_n(x) = e^x \frac{d^n}{dx^n} (x^n e^{-x})$ ( $n \in \mathbf{N}$ )

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-13.13	$L_n^m(x)$	关联拉盖尔多项式 associated laguerre polynomials	$xy'' + (m+1-x)y' + (n-m)y = 0$ 的特解 $L_n^m(x) = \frac{d^m}{dx^m} L_n(x) \quad (m, n \in \mathbb{N}; m \leq n)$
11-13.14	$F(a, b; c; x)$	超几何函数 hypergeometric functions	$x(1-x)y'' + [c - (a+b+1)x]y' - aby = 0$ 的特解 $F(a, b; c; x) = 1 + \frac{ab}{c}x + \frac{a(a+1)b(b+1)}{2!c(c+1)}x^2 + \dots$
11-13.15	$F(a; c; x)$	合流超几何函数 confluent hypergeometric functions	$xy'' + (c-x)y' - ay = 0$ 的特解 $F(a; c; x) = 1 + \frac{a}{c}x + \frac{a(a+1)}{2!c(c+1)}x^2 + \dots$
11-13.16	$F(k, \varphi)$	第一类[不完全]椭圆积分 (incomplete) elliptic integral of the first kind	$F(k, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\theta}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta}}$ $F(k) = F(k, \pi/2) \quad (0 < k < 1)$ 为第一类完全椭圆积分
11-13.17	$E(k, \varphi)$	第二类[不完全]椭圆积分 (incomplete) elliptic integral of the second kind	$E(k, \varphi) = \int_0^\varphi \sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta} d\theta$ $E(k) = E(k, \pi/2) \quad (0 < k < 1)$ 为第二类完全椭圆积分
11-13.18	$\Pi(k, n, \varphi)$	第三类[不完全]椭圆积分 (incomplete) elliptic integral of the third kind	$\Pi(k, n, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\theta}{(1+n \sin^2 \theta) \sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta}}$ $\Pi(k, n, \pi/2) \quad (0 < k < 1)$ 为第三类完全椭圆积分

项号	符号,表达式	意义或读法	备注及示例
11-13.19	$\Gamma(x)$	$\Gamma$ (伽马)函数 gamma function	$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt \quad (x > 0)$ $\Gamma(n+1) = n! \quad (n \in \mathbb{N})$
11-13.20	$B(x, y)$	$B$ (贝塔)函数 beta function	$B(x, y) = \int_0^1 t^{x-1} (1-t)^{y-1} dt$ $(x, y \in \mathbb{R}; x > 0, y > 0)$ $B(x, y) = \Gamma(x)\Gamma(y)/\Gamma(x+y)$
11-13.21	$Ei \ x$	指数积分 exponential integral	$Ei \ x = \int_x^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt \quad (x \neq 0)$
11-13.22	$\operatorname{erf} x$	误差函数 error function	$\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt,$ $\operatorname{erf}(\infty) = 1$ $\operatorname{erfc} x = 1 - \operatorname{erf} x \text{ 称为余误差函数。}$ <p>在统计学中,使用分布函数</p> $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt$
11-13.23	$\zeta(x)$	黎曼(泽塔)函数 Riemann zeta function	$\zeta(x) = \frac{1}{1^x} + \frac{1}{2^x} + \frac{1}{3^x} + \dots$ $(x > 1)$

#### 附加说明:

本标准由全国量和单位标准化技术委员会提出并归口。

本标准由全国量和单位标准化技术委员会第七分委员会负责起草。

本标准主要起草人李志深。

中 华 人 民 共 和 国  
国 家 标 准  
物理科学和技术中使用的数学符号  
GB 3102.11—93

\*

中国标准出版社出版发行  
北京复兴门外三里河北街16号  
邮政编码:100045

网址 [www.bzcbbs.com](http://www.bzcbbs.com)

电话:68523946 68517548

中国标准出版社秦皇岛印刷厂印刷  
各地新华书店经销

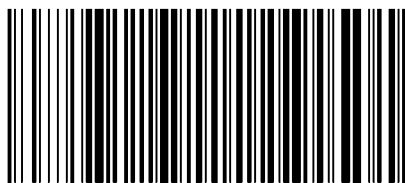
\*

开本 880×1230 1/16 印张 2 字数 60 千字  
1994年12月第一版 2005年9月第二次印刷

\*

书号: 155066·1-25369 定价 16.00 元

如有印装差错 由本社发行中心调换  
版权专有 侵权必究  
举报电话:(010)68533533



GB 3102.11—1993